

# 양력선 이론을 이용한 EDISON CFD 해석자의 검증

김 태 희<sup>1</sup>

<sup>1</sup>부산대학교 항공우주공학과

## Abstract

Prandtl's Lifting-line theory is the classical theory of calculating aerodynamic properties. Though it is classical method, it predicts the aerodynamic properties well. By lifting-line theory, high aspect ratio is critical factor to decrease induced drag. And 'elliptic-similar' wing also makes the minimum induced drag. But due to the problem of manufacturing, tapered wing is preferred and have been utilized.

In this Paper, by using Edison CFD, verifying the classical lifting-line theory. To consider induced drag only, using Euler equation as governing equation instead of full Navier-Stokes equation. Refer to the theory, optimum taper ratio which makes the minimum induced drag is 0.3. Utilizing the CFD results, plotting oswald factor over various taper ratio and investigating whether the consequences are valid or not.

As a result, solving Euler equation by EDISON CFD cannot guarantee the theoretical values because it is hard to set the proper grid to solve. Results are divided into two cases. One is the values are decreased gradually and another seems to following tendency, but values are all negative number.

**Key Words :** 전산유체역학(CFD), 양력선 이론(Lifting line Theory)

## 기 호 설 명

|                |               |
|----------------|---------------|
| AR             | 종횡비           |
| $a$            | 음속            |
| $c$            | 시위            |
| $c_r$          | 뿌리 시위         |
| $c_t$          | 날개 끝 시위       |
| $C_{D,i}$      | 유도항력계수        |
| $C_L$          | 양력계수          |
| $D$            | 항력            |
| $e$            | 스팬 효율 계수      |
| $e'$           | 에너지           |
| $L$            | 양력            |
| $Ma$           | 마하 수          |
| $T$            | 온도            |
| $u$            | 속도            |
| $V_\infty$     | 자유류           |
| $\alpha$       | 받음각           |
| $\alpha_{eff}$ | 유효받음각         |
| $\alpha_i$     | 유도받음각         |
| $\alpha_{L=0}$ | 영양력 받음각       |
| $\Gamma$       | 순환            |
| $\gamma$       | 비열비           |
| $\delta$       | oswald factor |
| $\rho$         | 밀도            |
| $w$            | 내리 씻음         |

## 1. 서 론

2016년 8월, 북한이 잠수함 발사 탄도 미사일(SLBM, Submarine-Launched Ballistic Missile) 발사에 성공하면서 대한민국에 안보상의 위협이 날로 증대되고 있다.

따라서 이러한 북의 도발을 사전에 감시, 정찰할 수 있는 체계의 도입은 필수적이라 할 수 있다. 현재는 감시, 정찰 체계의 대부분을 미국에 의존하고 있다. 따라서 대한민국 스스로의 정찰 능력을 확보하는 것이 당면과제라고 할 수 있다.



Fig. 10 국방과학연구소에서 공개한 영상에서 등장한 MUAV

이러한 맥락에서, 현재 국방과학연구소와 대한항공이 2018년 전력화를 목표로 한국형 중고도 무인 정찰기(Medium altitude Unmanned Ariel Vehicle, MUAV)의 개발을 진행하

고 있다. Fig. 1에서 볼 수 있듯이, 현재까지 공개된 정보는 미 공군의 MQ-9 Reaper(이하 Reaper)와 상당히 유사한 형태를 띠고 있다.

Reaper와 같은 중고도 무인 정찰기는 기본적으로 장기체 공을 목표로 운용되기 때문에, 높은 양항비를 요구받는다. 항공기에 나타나는 항력은 점성 항력과 유도 항력으로 이루어져 있다.

그 중, 유도 항력은 3차원 날개에 생기는 양력에 의해 발생하는 항력이다. 일반적인 항공기의 경우, 전체 저항에 대한 유도 저항의 비율이 순항 시 약 40%, 제 2 상승 단계에서는 70%에서 80% 수준까지 이르는 것으로 알려져 있다.[1] 따라서 이를 정확히 예측하는 것은 항공기의 공력 특성을 제대로 파악하는데 중요한 요소라고 할 수 있다.

## 2. 본 론

### 2.1. 해석 대상

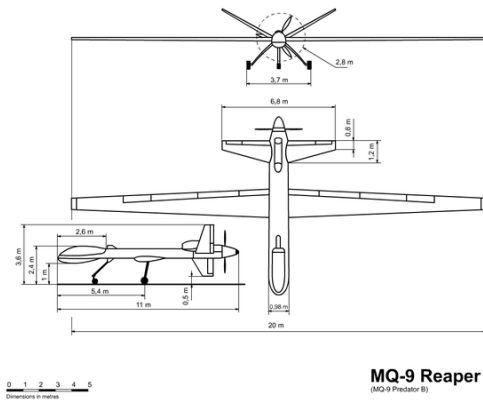


Fig. 11 MQ-9 Reaper의 삼면도

Fig.2에서 볼 수 있듯이, 현재 국내에서 개발 중인 한국형 MUAV의 형상은 미 공군의 Reaper와 상당히 유사하다. 그리하여 비교적 형상 정보와 세부 제원이 많이 알려진 Reaper를 벤치마크 대상으로 삼았다. 해석을 위한 Reaper의 제원은 아래의 Table 1과 같다.

Table 1. Reaper의 제원

|                 |           |
|-----------------|-----------|
| AR              | 23.5      |
| wingspan        | 20 m      |
| service ceiling | 50,000 ft |
| cruising speed  | 200 mph   |

### 2.2. 양력선 이론

유도 항력을 고려하여 3차원 날개를 해석하는 고전적 방법으로 Prandtl의 양력선 이론이 있다.[2]

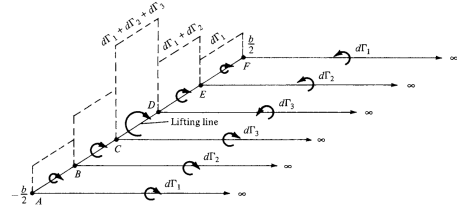


Fig. 12 양력선에 말굽류를 중첩.

Fig. 3에서 볼 수 있듯이 날개를 양력을 발생시키는 하나의 양력선으로 간주하고, 이 양력선 위에 무한개의 말굽류를 중첩시킨다. 이를 통해 날개 스팬 방향의 위치를 변수로 하는 내리 씻음과 유도 받음각, 그리고 순환을 나타낼 수 있다. 이를 정리하여 나타낸 Prandtl의 양력선 이론 기본 식은 아래 식 (1)과 같다.

$$a(y_0) = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi V_\infty c(y_0)} + \alpha_{L=0}(y_0) + \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_0 - y} \quad (1)$$

최종적으로 Kutta-Joukowski 정리와 그 적분을 통해 양력과 항력의 관계식을 구할 수 있다. 이는 아래 식 (4)와 같다.

$$C_{D,i} = \frac{C_L^2}{\pi e AR} = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta) \quad (2)$$

식 (2)를 통해 높은 중횡비(AR)를 가지는 날개가 유도항력이 작을 것으로 예상할 수 있다. 또한 식 (2)에서 나타나는  $e$  값은 스팬 효율 계수로, 날개 형상이 타원형일 때 1의 값을 가진다. 날개가 타원 형태에 가까울수록 유도 저항이 작아진다는 것을 뜻한다. 하지만 타원형 날개는 제작이 어렵다는 단점을 가지므로, 이를 극복하기 위해 테이퍼 비의 개념을 도입하게 되었다. 양력선 이론으로부터 도입된 테이퍼 날개는 지금도 항공기 제작에 널리 쓰이고 있다.

하지만 식 (2)를 고려해보았을 때, 유도 항력의 감소에는 0과 1 사이의  $e$  값 보다는 중횡비가 더 큰 영향을 미친다. 따라서 개념 설계 단계에서는 오히려 중횡비를 더 중요한 요소로 고려하는 것이 유도 항력 감소에는 더 유리하다고 할 수 있다.

### 2.3. 수치해석 기법

#### 2.3.1. 해석 기법

양력선 이론의 적용범위는 비압축성, 비점성, 정상유동으로 제한된다. 이를 고려한 EDISON CFD 해석자는 '정렬격자 기반 3차원 정상/비정상 압축성 Euler 범용해석 SW'를 사용한다. 해석자의 지배방정식인 Euler 방정식은 일반적인 3차원

Navier-Stokes 방정식에서 점성 항을 제외한 것으로, 아래의 식 (3)과 같다.[3]

$$\begin{cases} \frac{Dp}{Dt} = -\rho \nabla \cdot u \\ \frac{Du}{Dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + g \\ \frac{De}{Dt} = -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot u \end{cases} \quad (3)$$

### 2.3.2. 해석자 설정

해석 변수로 마하 수가 사용 된다. 먼저 Reaper의 실용 상승한도에 따른 표준대기 온도를 결정한다.[4] 이와 공기 중의 비열비( $\gamma = 1.4$ )를 이용, 마하 수의 정의를 통해 값을 계산한다.

$$Ma = \frac{v}{a} = \frac{v}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (4)$$

## 2.4 해석 결과 및 고찰

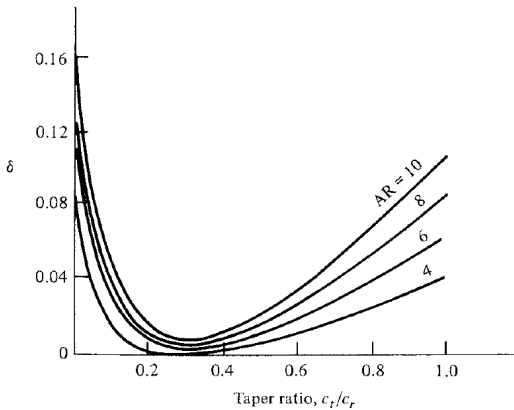


Fig. 13 테이퍼 비에 따른  $\delta$ 의 그래프

Fig. 4에서 나타나는 그래프의  $y$ 축, 즉  $\delta$ 값은 oswald factor로, 식 (4)에서 볼 수 있듯이 스펠 효율 계수와 역수의 관계를 나타낸다.  $\delta$ 값이 식 (2)의 분자에 위치하고 있으므로 최솟값을 가질 때, 유도 항력 또한 최솟값을 갖는다. 위의 Fig. 4는 테이퍼 비에 따른 이론적인  $\delta$ 값을 나타낸다.

해석 대상으로 삼은 Reaper의 종횡비 이전에, Fig. 4와 동일하게 종횡비를 4, 6, 8, 10으로, 각 경우마다 테이퍼 비를 변경시키면서 EDISON CFD를 이용하여 Fig. 4의 그래프를 검증해보고자 한다.

순항 속도와 온도를 식 (4)에 대입하여 얻은 값 0.2824를 이용, 해석으로부터 테이퍼 비에 따른 양력계수와 (유도)항력 계수를 계산해보았다. 이 값들을 식(2)를 이용하여 계산한  $\delta$  값의 결과가 Fig. 4와 유사한 결과를 보일 것이라 예상하였

다. 하지만 해석 결과는 이론치와 비교해 많은 차이가 발생하였다. 여러 가지 격자에 대해 해석을 수행한 결과, 두 가지 분류의 경향성이 관찰 되었다.

### 2.4.1. 결과 1 - 값이 지속적으로 감소하는 경우

격자는 EDISON CFD 내의 3차원 날개 격자 생성 프로그램인 'eGWing'을 사용하여 생성하였다. eGWing의 모든 입력 값은 뿌리 시위 길이를 1로 상정한 무차원수로 입력하였다. 익형을 구성하는 격자점 개수는 251개, 날개 길이 방향의 격자점 개수는 73개, 그리고 날개로부터 최외곽 경계(far-field boundary)까지의 격자점 개수는 57개로 설정하였다. 또한 3차원 날개에서 끝단, 시위 앞전, 시위 뒷전에서의 유동 현상을 면밀히 조사하기 위해, 초기 스페이싱 값인 0.01 보다 1/10 더 작은 값을 입력하여 격자를 더 조밀하게 배치하였다.

날개 표면에서 첫 번째 격자의 높이는 eGWing에서 제공하는 초기값인 0.0001을 그대로 사용하였고 격자 크기 증가 비율 또한 초기값인 1.2를 그대로 사용하였다.

종횡비 4, 6, 8, 10에 대해 각각 테이퍼 비를 0.1에서 1.0까지 바뀌며 격자 생성 및 해석을 실시하였다. 익형은 NACA 0012를 사용하였고 양력계수가 0이 되는 상황을 피하기 위해 해석 받음각은 4°로 설정했다.

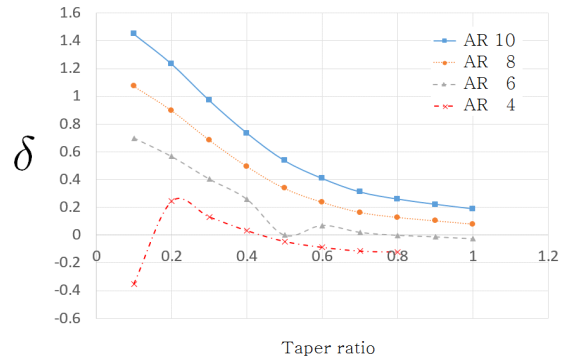


Fig. 5 테이퍼 비에 따른  $\delta$ 값의 그래프

해석 결과는 위의 Fig. 5와 같다. Fig. 4와 같이 0.3에서 최솟값을 가지면서 0.3 이전 범위에서는 감소, 이후 범위에서는 증가하는 형태의 그래프를 예상하였으나 네 경우 모두 대체적으로 지속적인 감소의 경향성이 관찰된다.

의도했던 결과가 도출되지 않아 0.001로 설정하였던 스페이싱 값을 0.0005와 0.0001, 0.00001 세 경우로 더 조밀하게 설정하여 해석을 시도하였다. 하지만 세 경우 모두 지속적으로 감소하는 경향성을 보였다. 그리고 Fig. 5에서 종횡비 4의 그래프에서 볼 수 있듯이, 테이퍼 비가 큰 경우 (0.1, 0.2)에서는 격자의 오류 발생으로 인해 해석 자체가 불가하였다.

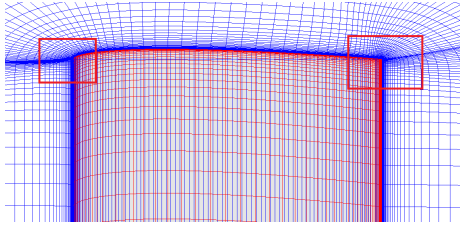


Fig. 6 날개 끝단 부분의 격자 형태

생성 격자를 자세히 살펴본 결과, Fig. 6과 같이 날개 끝단, 특히 앞진 부분에서 격자가 겹친 것 같은 형상을 띠고 있었다. 실제로 격자가 겹치지는 않았지만 Fig. 6의 상부의 원방 부분과 날개 왼쪽 혹은 오른쪽의 격자와 자연스럽게 이어지지 않아 현재의 해석을 위해 생성한 격자의 질이 떨어진다고 판단하였다. 이 경우 유도 항력 계산에 필요한 유동 현상인 내리 씻음을 제대로 포착하지 못하기 때문에, 해석자의 유효성 여부와 관계없이 Fig. 5에서 나타난 것처럼 유의미한 수치를 이끌어낼 수 없다.

#### 2.4.2. 결과 2 - 수치가 다른 경우

먼저 2.4.1절에서 Fig. 4의 그래프에서 나타났던 경향성조차 맞지 않았기 때문에, 조건을 바꿔가며 해석을 실시할 때 이론값과 잘 맞을 것이라 예측이 가능한 종횡비 10으로 조건을 한정시켰다.

비점성 문제를 해석 하는 경우이므로, 경계층 현상을 고려할 필요가 없기 때문에 초기값으로 사용하던 첫 번째 격자 높이값이 과도하게 작다고 판단하였다. 따라서 그 값을 0.0001에서 0.01로 100배 증가시켰다. 그래서 결과 1과 최외곽 경계의 크기를 대략적으로 맞추기 위해 격자 크기 증가 비율은 1.2에서 1.15로 감소시켰다. 익형을 구성하는 격자점 수는 201개, 날개 길이 방향은 122개, 날개로부터 최외곽 경계까지는 57개로 설정하였다.

단순히 스페이싱 수치를 줄이는 방식으로 격자 조밀도만을 높이기보다는, 특히 유동현상을 세심하게 관찰해야 하는 날개의 끝단과 앞전에서 종횡비가 작은 격자 형태를 유지할 수 있도록 격자를 생성하였다.

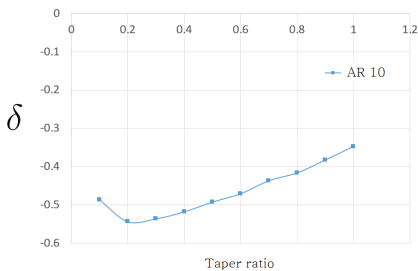


Fig. 7 테이퍼 비에 따른  $\delta$ 값의 그래프

해석 결과는 위의 Fig. 7과 같다. Fig. 5와 경향성은 유사하게 나타나나, 최솟값이 테이퍼 비 0.2에서 나타나고, 특히 결과값이 음수로 나타남을 볼 수 있다.

이 역시 격자 조밀도와 격자 개수를 세부적으로 바꿔가면서 추가 해석을 수행하였으나 경향성과 값의 부호는 Fig. 7과 다르지 않았다.

그래서 격자 조밀도나 격자 개수를 고정시키고 첫 번째 격자 높이를 시위 길이의 1%에서 3%에 해당하는 0.01, 0.02, 0.03으로 바꿔가며 격자 생성을 시도해보았다.

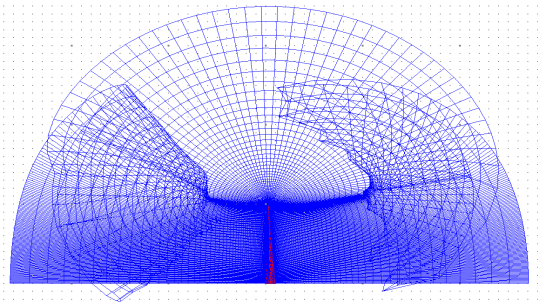


Fig. 17 종횡비 10, 테이퍼 비 0.1 에서의 격자(xy평면)

하지만 테이퍼 비가 작아질수록 Fig. 8과 같이 격자에 오류가 발생하였다. 이를 방지하기 위해 각 세 경우에 대해 격자의 개수나 조밀도를 다시 줄여 보았다. 여전히 격자에 오류가 발생하였고 종횡비가 작아질수록 이 현상은 더 심화될 것으로 판단하였다.

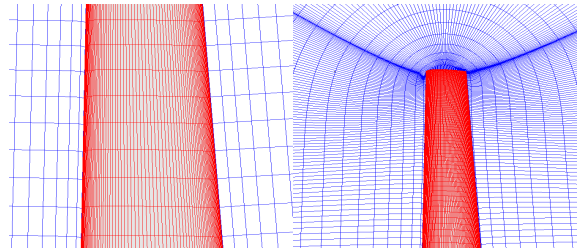


Fig. 8 날개 중앙 부분(왼)과 날개 끝단 부분(오)

격자를 자세히 살펴보았을 때, 의도하였던 대로 끝단에서 종횡비가 작아지도록 설정이 된 것을 Fig. 8의 오른쪽을 통해 확인할 수 있다. 하지만 끝단과 앞전, 뒷전에 중점적으로 격자가 분포, 집중 되었고, 이로 인해 자연스럽게 Fig. 8의 왼쪽과 같이 날개 중앙은 스펀 방향으로 격자가 희소하게 분포되었다. 다시 말하자면 중앙 부분은 종횡비가 큰 격자가 생성되는 것이다. 2.4.1절과 같이 해석에 있어 격자의 질이 떨어진다고 볼 수 있다.

사용된 해석자가 정렬 격자 기반 해석자임을 감안할 때, 격자의 종횡비가 작을수록(정사각형에 가까울수록) 결과의 높은 신뢰성을 예상할 수 있다. 하지만 유도 항력을 살펴보기

위해 끝단에 격자를 집중시켰기 때문에 전체적인 격자의 질을 고려하지 못하였다. 단순히 날개 끝단뿐만 아니라 중앙 부분의 중횡비도 고려해야할 대상인 것이다.

이를 반영하여 중앙 부분의 중횡비를 낮추기 위해 격자 조밀도를 완화시키고 격자의 개수를 늘이는 방법으로 격자를 생성하여 해석을 실행해보았다. 하지만 결과는 오히려 3.4.1절과 같이 지속적으로 감소하는 형태를 띠었다.

### 3. 결 론

Euler 방정식 해석의 경우, 비점성이라는 조건으로 인해 해석이 원활할 것이라 예상하였으나, 생성 격자에 따라 결과가 민감하게 반응하여 많은 어려움을 겪었다.

결론적으로 고전적인 양력선 이론의 검증에 이용하는  $\delta$  값을 제대로 도출해낼 수 없었고, 격자의 개수나 형상에 따라 결과 변화가 상당히 크게 나타났다. 여러 경우를 고려한 검증 작업 및 격자 테스트를 시도하였으나, 한정된 시간 내에 충분한 검증에는 어려움이 있었고, 이론적인 결론을 도출해낼 수 없었다.

Prandtl의 양력선 이론은 3차원 날개를 가장 간단하게 (하나의 양력선) 가정하여 적용시키는 이론이므로, 3차원 날개를 해석하는 해석자를 검증하는 좋은 방법이 될 것이라 생각할 수 있다. 이를 활용, 3차원 날개 격자 생성 프로그램과 함께 정확한 결과를 도출해낼 수 있도록 지속적인 검증과 개선 작업이 필요할 것이다.

### 후 기

본 논문은 2016년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단 첨단 사이언스·교육 허브 개발 사업의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2016M3C1A6937383)

### References

- [1] 2012, M Niță, D.Scholz, "Estimating the Oswald factor from basic aircraft geometrical parameters", German Aerospace Congress 2012
- [2] 2010, John D. Anderson Jr., Fundamentals of Aerodynamics, McGraw-hill, New-york.
- [3] 2013, Munson, Okiishi, Fundamentals of Fluid Mechanics, John Wiley & Sons, New Jersey..
- [4] 2014, Y. A. Çengel, M. A. Boles, Thermodynamics : An Engineering Approach, McGraw-hill, New-york
- [5] 2001, J. Katz, A. Plotkin, Low-Speed Aerodynamics,