

선형 시불변시스템을 위한 정현파 외란의 주파수 추정과 억제

*김형중 **이승준 ***남경태 ****김정창

*,**,***한국생산기술연구원 ****한국해양대학교

*hyungjong@gmail.com

Frequency Estimation and Suppression of Sinusoidal Disturbance for Linear Time Invariant Systems

*Hyungjong Kim **Lee, Seung-Joon ***Nam, Kyung-Tae ****Jeongchang Kim

*,**,***Korea Institute of Industrial Technology ****Korea Maritime and Ocean University

요약

본 논문에서는 알 수 없는 주파수의 정현파외란(sinusoidal disturbance)을 가지는 선형시불변(linear time-invariant) 시스템에 대해 그 외란의 주파수 추정과 억제를 목표로 하는 알고리즘을 설계한다. 제시된 알고리즘은 주파수 추정을 위한 적응관측기(adaptive observer)와 외란 제어를 위한 출력조정기(output regulator)로 구성된다. 기존에 연구에 비하여 모델불확실성에 대한 강인성은 유지하면서 제어기의 초기값(initial value) 설정에 의존하지 않는 안정도 및 성능을 가진다. 제안된 알고리즘은 외란의 주파수를 완벽하게 추정하며, 그 정보를 바탕으로 외란 제어 성능을 보장할 수 있다. 또한, 실제 광디스크 시스템(optical disc drive systems)에 대한 시뮬레이션을 통하여 그 효과를 보여준다.

1. 서론

본 연구에서는 선형 시불변시스템(linear time-invariant)에 대한 알 수 없는 주파수의 정현파 외란(sinusoidal disturbance)을 완벽히 제거하는 알고리즘을 제시한다. 이런 문제를 해결하기 위한 여러 연구가 진행되었으며, 그 중 출력조정(output regulation [1],[2])을 기반으로 한 연구가 [3],[4]에서 진행되었다. 그 연구에서는 기존 출력조정기 [5]와 [6]에 기반을 둔 주파수 추정 알고리즘으로 구성되어 효율적인 외란의 주파수 추정과 제거성능을 보여준다. 하지만 전체 안정도 해석에서 국소안정도(local stability)만 만족한다는 단점이 존재하며, 이론인해 알고리즘 설계 시 초기값(initial value) 설정에 제약이 발생하게 된다.

본 연구는 [3],[4]의 알고리즘 구조에서 주파수 추정 알고리즘을 개선하여 전체 안정도 해석에서 전역안정도(global stability)를 만족하도록 한다. 이로 인해 알고리즘 설계 시 초기값 설정에 제약이 없게 된다. 개선된 주파수 추정 알고리즘은 [7]의 적응관측기(adaptive observer) 기반으로 설계하였으며, 기존의 출력조정기[5]와 유기적인 동작을 보여준다. 이를 위하여 광디스크 시스템(optical disc drive systems)을 대상으로 모의실험을 진행하였다.

2. 본론

2.1. 문제의 정의

다음과 같은 선형 시불변(LTI) 시스템과 하나의 주파수를 갖는 주기적인 외란의 모델을 생각해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Pw, \quad x(0) = x_0 \\ e &= Cx + Qw, \\ \dot{w} &= S_\sigma w, \quad S_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sigma^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma \in \Sigma \subset \mathbb{R}_{>0}, \quad w(0) = w_0. \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 x 는 시스템 상태변수, u 는 입력, w 는 외란의 상태변수, e 는 0으로 보내고자하는 출력 오차 값을 나타낸다. 또한, σ 는 알 수 없는 양수의 상수이며 Σ 는 연결된 옹골 집합(connected compact set)이다. x 와 w 는 측정불가능(unobservable)하며, e 는 측정가능(observable)하다.

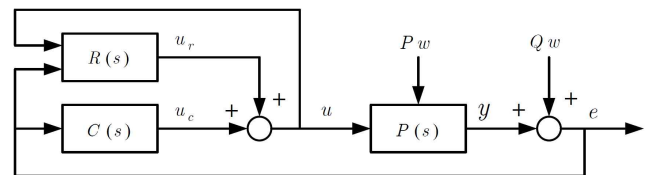


그림 1. 시스템 블록도
Fig. 1. System block.

본 논문의 목적은 그림 1과 같은 전체 폐루프(closed-loop) 시스템을 안정화 시키고, 출력 e 를 0으로 수렴시키기 위한 출력 궤환 제어기(output feedback controller)를 설계하는 것이다. 여기서 $C(s)$ 는 우리가 설계하지 않는 기존에 존재하는 제어기로 가정할 것이며, 이 때 $C(s)$ 는 외란이 없는($w=0$) 폐루프를 안정화 시킨다는 정보 외에는 모른다고 가정한다. 다음 가정1-3가 만족하면 위의 제어목적을 달성하는 출력 제어기 $R(s)$ 를 설계 할 수 있다.

가정1: 시스템을 안정화 시키는 임의의 제어기 $C(s)$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + Ge, \\ u_c &= Hz + Je, \quad z(0) = z_0. \end{aligned} \quad (2)$$

즉, $\begin{bmatrix} A+bJc & bH \\ Gc & F \end{bmatrix}$ 가 Hurwitz 하다.

가정2: 모든 $\sigma \in \Sigma$ 에 대해서 다음 식을 만족하는 Π_σ 와 Γ_σ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \Pi_\sigma S_\sigma &= A\Pi_\sigma + B\Gamma_\sigma + P \\ 0 &= C\Pi_\sigma + Q \end{aligned}$$

가정3: 행렬 쌍 $\left([C, Q], \begin{bmatrix} A & P \\ 0 & S_\sigma \end{bmatrix} \right)$ 는 모든 $\sigma \in \Sigma$ 에 대해 관측가능 (observable) 하다.

2.2. 제어기 설계

본 논문에서 설계되는 제어기 $R(s)$ 는 외란 주파수 추정을 위한 관측기와 제어목적 달성을 위한 출력조정기로 구성된다. 우선 주파수 관측기는 다음과 같이 설계한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\xi}}_1 \\ \dot{\hat{\xi}}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\xi}_1 \\ \hat{\xi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -u \end{bmatrix} \hat{\theta} + \left(\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} \Sigma_1^2 \\ \Xi_1 \Xi_2 \end{bmatrix} \right) (u - \hat{\xi}_1), \\ \hat{\theta} &= K\Xi_1(u - \hat{\xi}_1), \quad \hat{\theta} = \hat{\sigma}^2, \\ \begin{bmatrix} \dot{\hat{\xi}}_1 \\ \dot{\hat{\xi}}_2 \end{bmatrix} &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ L_2 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \Xi_1 \\ \Xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -u \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\hat{\sigma}$ 은 모르는 실제 주파수 σ 의 추정값이고, K 는 임의의 양수를 가지며, L_1 과 L_2 는 행렬 $\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ L_2 & 0 \end{bmatrix} \right)$ 가 Hurwitz되게 설계한다.

다음으로 위에서 설계된 관측기의 결과물인 $\hat{\sigma}$ 을 가지고 다음과 같은 출력조정기를 설계한다.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= \begin{bmatrix} A - K_1 P - K_1 Q \\ -K_2 C S_\sigma - K_2 Q \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u, \\ u &= u_c + \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_\sigma \end{bmatrix} \zeta. \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 이득 K_1 과 K_2 는 행렬 $\begin{bmatrix} A - K_1 P - K_1 Q \\ -K_2 C S_\sigma - K_2 Q \end{bmatrix}$ 가 Hurwitz되게 설계한다. 이를 종합하여 우리는 다음과 같은 이론을 제시한다.

이론 1: 가정1-3을 만족하는 시스템(1),(2)에 대하여, 제어기 (3), (4)는 임의의 초기조건에 대해서 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 을 만족하고, 페루프의 모든 상태는 유계(bound)된다.

증명: 생략.

3. 모의실험

광디스크 드라이브에 적용하기 위하여 다음과 같은 LG x52 CD-ROM drive의 픽업 (optical pick-up) 모델을 사용한다[3],[4],[5].

$$P(s) = \frac{818.22}{s^2 + 64.73s + 166800} \quad (m/V)$$

여기서 실제 디스크의 회전 주기는 디스크의 안쪽 트랙에서 68Hz이며 바깥쪽 트랙에서 57Hz이다.

기준에 설계되어 있는 제어기 $C(s)$ 는 가정1을 만족하도록 다음과 같이 lead-lag로 설계되었다.

$$C(s) = -\frac{2.4364s^2 + 17420s + 12558500}{s^2 + 97515s + 7309900}$$

그리고 추정 주파수의 초기 값은 60Hz로 설정 했으며, 또한 외란의 주파수는 68Hz로 하였다.

모의실험 결과는 그림2와 같다. 그림2-(d)에서 보는 것과 같이 모르는 주파수 68Hz를 정확히 추정하는 것을 볼 수 있으며, 그에 따라 트랙킹 에러 e 는 0으로 수렴하는 것을 그림2-(a)에서 확인 할 수 있다.

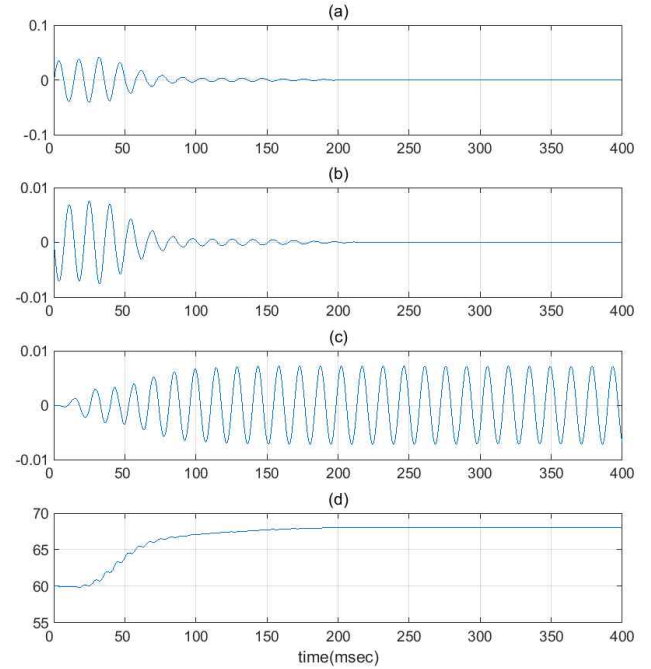


그림 2. 모의실험 결과

Fig. 2. Simulation Results. (a) tracking error e (b) control input u_c (c) control input u_r (d) estimated frequency $\hat{\sigma}$.

참고 문헌

- [1] B. A. Francis, "The linear multivariable regulator problem," *SIAM J. Control Optim.*, vol. 15, no. 3, pp. 486-505, 1977.
- [2] J. Hung, *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications*. SIAM, 2004.
- [3] H. Kim, W. H. Kim, C. C. Chung, and H. Shim, "Track following controller for optical disk drives based on adaptive output regulation," in *Proc. IFAC World Congr.*, 2005, pp. 1-6.
- [4] W. Kim, H. Kim, C. C. Chung, and M. Tomizuka, "Adaptive output regulation for the rejection of a periodic disturbance with an known frequency," *IEEE Trans. Control Syst. Tech.*, vol. 19, no. 5, pp. 1296 - 1304, Sep. 2011.
- [5] H. Shim, H. Kim, and C. C. Chung, "Design and experiment of add-on track following controller for optical disc drives based on robust output regulation," in *Proc Amer. Control Conf.*, 2004, pp. 1829-1835.
- [6] L. J. Brown and Q. Zhang, "Identification of periodic signals with uncertain frequency," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 6, pp. 1538-1545. Jun. 2003.
- [7] Q. Zhang, "Adaptive observer for multiple-input-multiple-output (MIMO) linear time-varying systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 47, no. 3, pp. 525-529, Mar. 2002.