

# 식생밀도가 하천흐름에 미치는 영향 분석

## Analysis of Effect on Stream Flow for Vegetated Dense

임채만\*조원철\*\*

Che Man Lim· Won chol Cho

### 요 지

최근 활발한 하천개발을 통하여 하안에는 많은 식생도입이 주류를 이루고 있다. 통상 하안에 자생하고 있는 조밀한 식생은 수리학적 저항이 증가되고 통수능이 감소되어 수위상승을 초래한다. 본 논문에서는 수리해석 모형을 활용하여 중소규모 3개소의 하천을 대상으로 자연 상태와 조밀한 식생 분포에 해당하는 11가지 조도계수 모델조건을 적용하여 수리특성 변화를 분석하였다. 각 하천별 전 구간에서 식생에 의하여 하천정비계획에서 분석된 수위보다 1.2~2.7m가 상승하는 것으로 분석되었다. 각 하천별로 계획된 여유고 0.6~1.2m를 감안하면 계획홍수 이상의 경우가 발생할 경우 적절한 대책수립이 필요한 것으로 분석되었다. 분석결과에 의하면, 하천변 식생이 활착되면 하천의 규모, 하상경사에 관계없이 수리학적 흐름 특성은 매우 민감하게 변화되는 것을 알 수 있었다.

**핵심용어** : 식생분포, 조도높이, 하천규모, 수리해석, 회귀분포

### 1. 서론

하천에서의 식생은 초기와 활착이 진행된 상태에서 하안의 안정, 생물서식처확보, 친수성과 수질개선 등의 효과와 이에 대응되는 홍수류의 저항을 증가시켜 치수불안정성을 불러오게 된다. 하천에 도입된 식생이 홍수기인 하절기에 열대림처럼 활착되어 있는 경우 식생에 의한 수리적 특성을 이해하는 것은 하천 복원과 홍수재해에서 아주 중요한 부분이다.

식생이 활착된 수로에 대한 연구는 대부분 홍수터에 자생하고 있는 교목과 관목 또는 인공수초를 가정하여 수리모형 또는 수치모형 실험에 의한 연구가 주종을 이루고 있다. Stephn 등(2002)은 매우 유연한 3가지 다른 수생식물에 대해 수리모형 실험을 수행하였고, Stone, Shen, Yen 등(2002)은 곧은 식생을 이용 운동량 방정식으로부터 유속산정 공식을 유도하여 개수로 흐름저항을 연구하였다. Wilson 등(2003)은 수중의 유연한 식물형상에 따른 개수로내 흐름을, YUKI 등(2005)은 자갈하천의 홍수터와 강기슭 위의 홍수영향을, Muscle와 Cruise(2006)은 고정 비잠수 식생에 의한 큰 홍수터 내 저항의 함수관계를, Vladimir 등(2008)은 소하천 내 수초식생에 의한 수리학적 저항에 관한 현장연구를 하였다. 한편 권기원 등(2000)은 식생된 개수로 흐름의  $k-\epsilon$  난류해석을, 송재우 등(2004)은 식생수로와 비식생수로에서의 조도특성 및 유속분포를, 이종석 등(2010)은 하천 규모에 따른 식생모델의 홍수위 검토를, 노준우 등(2010)은 소양강 댐 직하류 하천의 식생 영향에 의한 통수능 분석에 대한 연구를 수행한 바 있다.

본 연구에서는 현재 고향의 강 및 하천환경정비 사업을 진행하고 있는 중·소규모 하천인 영산강 수계 지식천, 한강수계 문산천, 낙동강 수계 매호천에 대하여 공사 직후 초기상태부터 매우 조밀한 활착 상황을 가정하여 11개 Case로 구분하여 하천별 흐름특성 및 홍수류와 제체의 안정도를 분석함으로써 생태하천복원

\* 정회원·(주)천일 부사장(E-mail : lcm-2020@hanmail.net)

\*\* 정회원·중앙대학교 공과대학 토목공학과 교수(chowc.cau.ac.kr)

사업에 관한 실무적 측면에서 하안에 자생될 식생의 밀도 등에 따라 조도계수 범위를 도입하는 기준을 제시함으로써 하천복원 업무 및 기본계획 수립에 기초자료를 제공할 수 있을 것이다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 비 식생 수로에서의 흐름

#### 2.1.1 조도높이

자연하도에서 하안의 불규칙한 조도요소는 Fig. 1과 같이 수로에 형성된 굴곡상태 조도높이를  $k$ , 동수반경에 대한 조도높이의 비  $k/R$ 은 상대조도라 한다. Nikuradse의 하상재료 조도  $k_s$ 는 하상재료의 평균입경으로 주어진 하상표면에 대한 평균조도 높이는 실험을 통해 결정할 수 있다고 하였다(Chow, 1959).

#### 2.1.2 유속분포

하천흐름에서 유속분포는 수로의 형상과 조도에 영향을 받아 균등분포 구간이 없고, 흐름특성에 따라 변하는 수리학적 인자로서 난류흐름의 연직유속 분포는 대수분포로 가정하면(Chow, 1959 ; French, 1986 ; Graf, 1998 ; Ferro, 1999), 다음 식(1)은 모든 대수유속분포 이론의 바탕이 된다는 연구 결과가 있다.

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z}{z_o}\right) \quad (1)$$

여기서,  $u(z)$ 는 수심이  $z$ 인 지점의 유속,  $u_*$ 는 마찰속도,  $z_o$ 는 유속이 0( $u_{z=z_o} = 0$ )인 지점의 높이,  $z$ 는 유속측정 수심,  $k$ 는 von karman 상수(=0.4)이다. 경계면이 거칠 때 유속이 0인 지점까지의 높이  $z_o$ 는 단지 조도높이에만 의존하며 다음 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$z_o = mk \quad (2)$$

여기서  $m$ 은 계수이며, 하상입자(모래) 조도에 대해 대략 1/30이며, 거친 면의 흐름에 대한 유속분포는 다음 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z}{z_o}\right) + C \quad (3)$$

여기서,  $k$ 는 조도높이이며,  $C$ 는 적분상수(=8.5)이다(Graf, 1998).

### 2.2 식생 활착 수로에서의 흐름

#### 2.2.1 조도높이

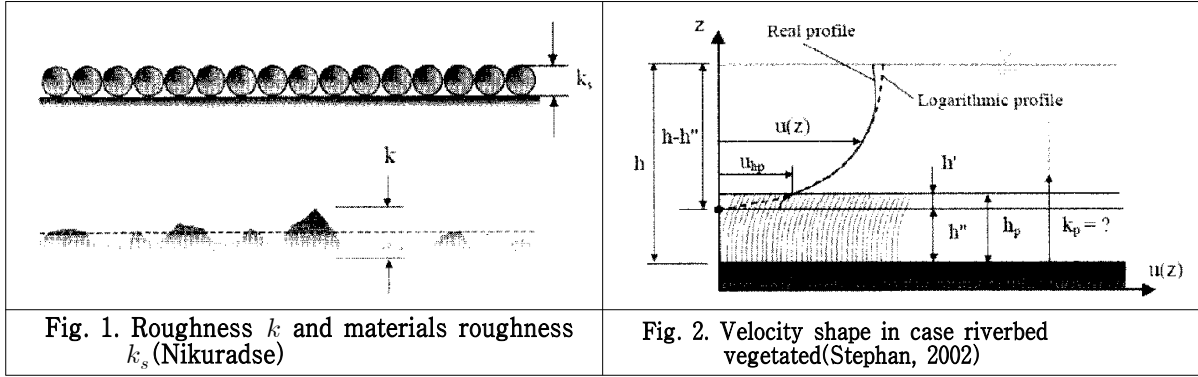
식생 조도높이  $k_p$ 는 비식생수로의 조도높이  $k$ 에 해당하며, Fig. 2에서 식생 조도높이와 하안에 자생중인 식생의 기우러진 식생의 높이  $h_p$ 사이의 관계는 실험을 통해 연구되고 있는데, 하상단면에서  $u_{hp}$ 는 기우러진 식생 높이에서의 유속,  $h'$ 는 기우러진 식생 높이에서의 대수유속분포의 유속이 0인 지점까지의 높이,  $h''$ 는 하상에서 유속이 0인 지점의 높이(zero plane displacement)이다. Kouwen 등 (1969)은 개수로에서 물에 잠긴 유연한 식생 조도높이를 계산하는데 사용할 수 있는 다음 식(4)를 제안 하였다.

$$k_p = h_p e^{(1-c_1)(1-\frac{h_p}{h})} \quad (4)$$

여기서,  $h_p$ 는 기우러진 식생의 높이(m),  $c_1$ 은 경험계수( $1.52 < c_1 < 2.69$ )이며, 다음 식(5)와 같이 계산 할 수 있다.

$$c_1 = \frac{u_{hp}}{u_*} \quad (5)$$

여기서,  $u_{hp}$ 는 기우러진 식생 높이에서 유속(m/s)이며, 식생 수로에서의 조도높이에 대한 다른 결과들도 있으며, Haber(1982; Stephan 등, 2002 참고)와 El-Hakim 등 (1992)은 식생 조도높이는  $h_p$ 와 같다고 연구한 바 있다.



또한 Stehan 등(2002)이 자연 상태의 식생을 대상으로 제안한 자연식생 상태의 상부에서의 유속분포 식을 다음 Table 1. 과 같이 제안하였다.

Table 1. Velocity distribution formula of upper vegetated

Researcher	Formula	Factor	Shape
Stephan et. (2002)	$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z - h_{p,m}}{h_{p,m}}\right) + 8.5$	$z_o = h_{p,m} + h_{p,m} e^{-8.5k}$ $h_{p,m}$ : Depth of Tilt Vegetated	Nature Vegetated

### 2.3 조도높이와 마찰계수

#### 2.3.1 Colebrook-White와 Darcy-Weisbach의 공식

조도높이  $k$ 와 마찰계수  $f$ 사이의 관계는 Colebrook-White에 의해 다음 식(6)과같이 제시되었다.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{k}{a_f R} + \frac{b_f}{R_e \sqrt{f}}\right) \quad (6)$$

여기서,  $R$ 은 동수반경,  $R_e$ 는 Reynolds 수,  $a_f$ 와  $b_f$ 는 각각 수리학적으로 거친 흐름과 매끈한 흐름에 대한 상수이며,  $12 < a_f < 15$  그리고  $0 < b_f < 6$ 이고,  $k$ 는 조도높이,  $f$ 는 마찰계수이다. 또한 수리학적으로 하안의 거친 흐름에 대해 Darcy-Weisbach의 공식은 다음 식(7)과 같이 정의할 수 있다(Chow, 1959).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(12.27 \frac{R}{k}\right) \quad (7)$$

### 3. 흐름분석

#### 3.1 모형과 대상하천 경계조건

연구대상 하천인 영산강 수계 지석천, 임진강 수계 문산천, 낙동강 수계 매호천에 대한 흐름의 검토는 수로부, 홍수터, 제방부로 구분하여 조도높이를 조건별로 부여하여 흐름을 분석하고, 모형과 하천정비계획에서 사용된 경계조건은 다음 Table 2.와 같다.

Table 2. Streams boundary condition

Streams	Area	Discharge	Distance	Bed Slope(S)	Roughness(n)
Jisuk	657.2 km <sup>2</sup>	2,600 m <sup>3</sup> /s	34.0km	0001237	0.035~0.038
Munsan	188.2 km <sup>2</sup>	2,100 m <sup>3</sup> /s	11.6km	0.00082	0.028~0.035
Meaho	15.11 km <sup>2</sup>	184 m <sup>3</sup> /s	4.3km	0.014	0.025~0.035

### 3.2 Roughness 모델링

하천의 식생은 말, 검정말, 동의나물, 갈대, 부들, 흑삼릉, 갯버들, 버드나무, 아카시아 등 군락을 이루거나 하천전단면에 분포하여 단면 감소로 인한 홍수류의 저항으로 홍수정체와 수위 증가에 따라 역류 현상 및 범람을 초래하기도 한다.

#### 3.2.1 조도계수 범위

하천의 조도계수를 결정하는 방법은 하천설계기준(2009)과 US Army Corps of Engineering, HEC-RAS Hydraulic Reference Manual(2011)에 나타난 자연하천의 조도계수 현황을 참조하여 검토된 조도계수가 최대 0.008~0.100 범위까지의 차이가 발생되고 있다. 하천단면에 식생조밀도를 어떻게 적용하느냐에 따라 하천의 흐름을 평가하고 수리특성에 대한 신뢰성에 실제로 많은 문제점을 내포하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 문헌을 참조하여 흐름의 저항을 표시하는 조도범위를 식생의 유형과 조밀도에 따라 다음 Table 3와 같이 11가지 조건으로 구분하였다.

Table 3. Roughness modelling

Streams Condition	Symbol	Roughness( $n_{ij}$ )	
		Downstream	Upstream
a. Large Stream(clay, sandy soil, smooth bending)	<i>na</i>	0.018	0.025
b. Small Stream of Plain(non-weeds)	<i>nb</i>	0.025	0.030
c. Cleared land with tree stumps, no sprouts, but more stones and weeds	<i>nc</i>	0.035	0.040
d. Cultivated areas, but Mature field crops	<i>nd</i>	0.045	0.050
e. Light brush and trees, in winter	<i>ne</i>	0.055	0.060
f. Light brush and trees, in summer	<i>nf</i>	0.065	0.070
g. Medium to dense brush, in winter	<i>ng</i>	0.075	0.080
h. Medium to dense brush, in summer	<i>nh</i>	0.085	0.090
i. Floodways with heavy stands of timber and brush	<i>ni</i>	0.095	0.100
j. Heavy stand of timber, few down trees, little undergrowth flow below branches, but with flow into branches	<i>nj</i>	0.105	0.110
k. Dense willows, summer, straight	<i>nk</i>	0.115	0.200

### 3.3 모형에 의한 흐름분석

하천에서 유로부는 실트, 모래, 자갈, 호박돌, 초화류 등이 분포하며, 얇은 웅덩이와 소가 존재하고, 물가가장자리와 홍수터에는 경작지, 관목, 교목, 초화류가 조밀한 상태로 하천단면을 잠식할 정도라면 조도계수는 0.100~0.200범위가 적당할 것으로 판단되었다. 이와 같은 조건을 이용하여 분석된 결과는 다음 Table 4 및 Fig. 3과 같다.

#### 3.3.1 흐름분석

지석, 문산, 매호천에 11가지 조건을 설정하여 100년 빈도 홍수량을 적용하여 계산된 홍수위 결과는

다음 Table 6.과 같이 조도높이 최소와 최대값을 비교하면, 지석천의 경우 4.69m, 문산천 3.69m, 매호천 1.67m가 상승되는 것으로 나타났다. 하천정비계획 및 본 연구에 적용된 최대값 결과를 비교하면, 지석천 2.71m, 문산천 3.22m, 매호천 1.20m가 상승되는 것으로 나타났다. 따라서 하천단면에 식생이 활착되는 경우에 하천의 규모에 따라 다소의 차이는 발생되고 있지만 유량 규모에 따라 결정되는 제방 여유고를 감안하면 각각의 하천 전 구간에서 범람하는 현상이 발생하는 것으로 분석되었다.

**Table 4. Stage variation by case roughness**

Rivers	Points (No.)	Range (km)	Main (EL.m)	Stream Stage Variation(EL.m)										
				na	nb	nc	nd	ne	nf	ng	nh	ni	nj	nk
Jisuk	0	0	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32	11.32
	20	8.2	17.30	16.35	16.75	17.30	17.88	18.43	18.92	19.37	19.71	20.04	20.34	21.64
	40	12.2	22.81	22.56	22.76	22.81	23.01	23.35	23.76	24.14	24.53	24.84	25.10	26.34
	60	16.2	25.56	24.49	24.86	25.56	26.23	26.87	27.44	28.04	28.54	28.98	29.3	30.46
	80	20.2	30.91	30.19	30.47	30.91	31.34	31.77	32.24	32.79	33.23	33.68	33.97	35.10
	100	24.2	38.33	37.98	38.12	38.33	38.55	38.81	39.16	39.47	39.78	40.08	40.33	42.13
	120	28.2	44.80	43.59	44.34	44.80	45.23	45.63	46.09	46.41	46.71	46.94	47.06	48.80
Mun-san	0	0	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47
	2	2.0	10.15	9.85	10.01	10.30	10.62	10.96	11.30	11.64	11.98	12.30	12.62	12.93
	4	4.0	10.66	10.04	10.37	10.95	11.51	12.06	12.53	13.08	13.54	13.99	14.42	14.83
	6	6.0	11.60	10.71	11.21	11.96	12.66	13.32	13.84	14.43	14.97	15.15	15.22	15.26
	8	8.0	12.64	11.60	12.21	13.02	13.86	14.57	15.26	15.30	15.34	15.52	15.64	15.75
	10	10.0	14.59	13.70	14.19	14.94	15.68	16.35	16.86	17.19	17.51	17.88	18.15	16.26
Meaho	0	0	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58	38.58
	10	1.0	42.09	40.87	41.21	41.58	41.93	42.24	42.53	42.78	43.02	43.25	43.46	43.66
	20	2.0	50.71	50.20	50.20	50.30	50.55	50.78	50.94	51.09	51.24	51.40	51.53	51.67
	30	3.0	62.35	61.92	61.92	62.23	62.43	62.57	62.74	62.91	63.07	63.23	63.38	63.52
	40	4.0	75.98	74.71	74.71	74.98	75.14	75.30	75.46	75.64	75.80	75.93	76.07	76.19

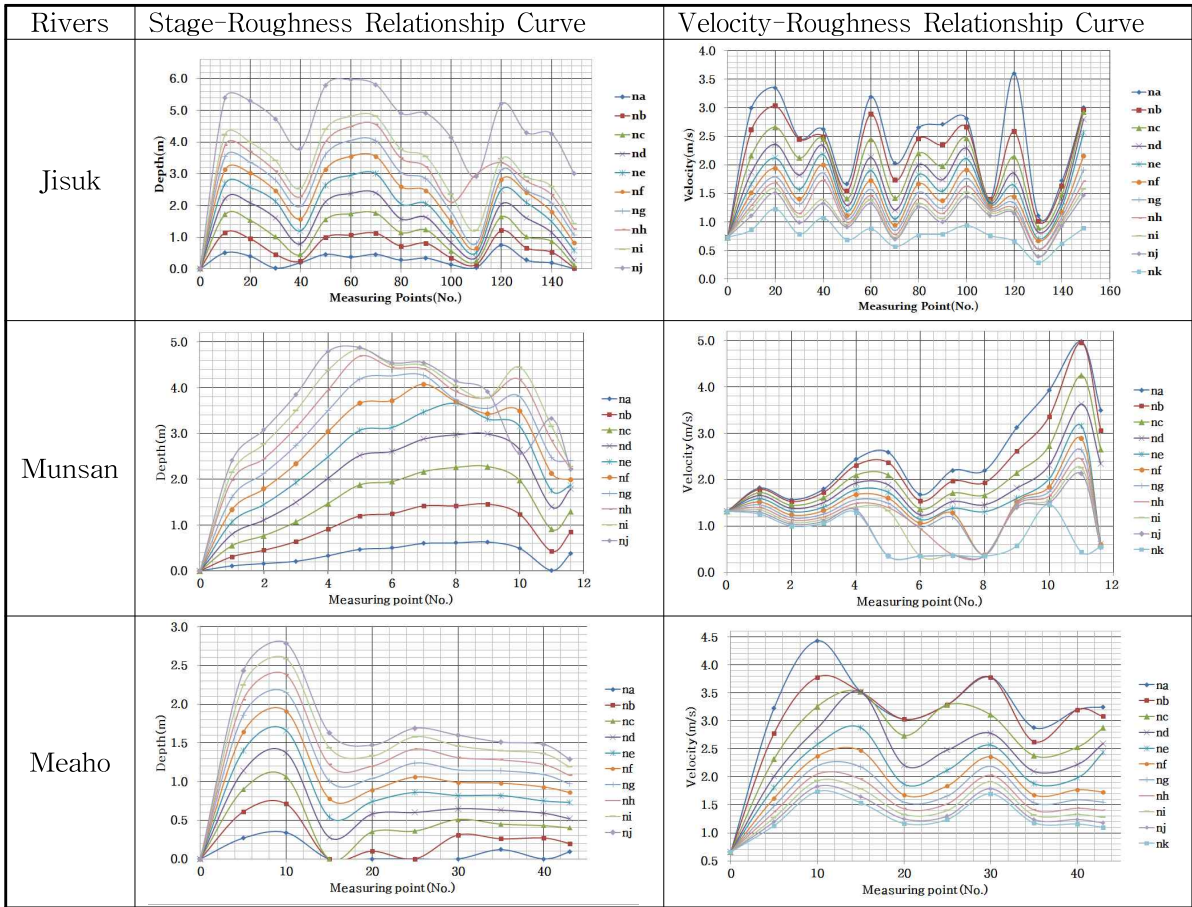


Fig. 3. Depth and velocity variation by case roughness

### 3.3.2 분석결과

본 연구에 적용된 각각의 하천은 하절기 식생활착 상태에서 조도계수는 지식천(0.065~0.070), 문산천(0.085~0.090), 매호천(0.095~0.100)의 범위가 합리적인 것으로 판단된다. 또한 다음 Table 5에 나타낸 바와 같이 수심이 증가하는 반면에 발생 유속은 저항의 정도에 따라 점차적으로 감소하는 영향을 나타내고 있다.

Table 5. Depth with Velocity by case roughness

Rivers	h with V	Roughness( $n_i$ )								
		nc	nd	ne	nf	ng	nh	ni	nj	nk
Jisuk	Depth(m)	0.70	1.11	1.54	1.98	2.37	2.71	3.17	3.30	4.69
	Velocity(m/s)	1.93	1.75	1.59	1.44	1.32	1.23	1.14	1.08	0.78
Munsan	Depth(m)	0.97	1.55	2.10	2.53	2.89	3.22	3.50	3.70	3.69
	Velocity(m/s)	2.06	1.85	1.57	1.40	1.33	1.21	1.12	1.01	0.80
Meaho	Depth(m)	0.18	0.40	0.62	0.83	1.02	1.20	1.37	1.53	1.67
	Velocity(m/s)	2.98	2.67	2.35	2.08	1.82	1.66	1.53	1.42	1.33

다. 회귀곡선 유도

각각의 조도계수 조건과 하천별로 분석된 수위와 유속 결과를 Data화 하여 그래프로 변환 평균

값을 통한 회귀곡선을 분석하였다. 분석된 회귀곡선에 가장 근접하게 수렴하는 곡선식을 산출하여 해당 하천에 맞는 수심과 유속에 대한 조도계수의 상관성을 찾을 수 있는 최적의 곡선식을 개발하였으며, 그 결과는 다음 Fig. 4 곡선 그래프에 나타내었다.

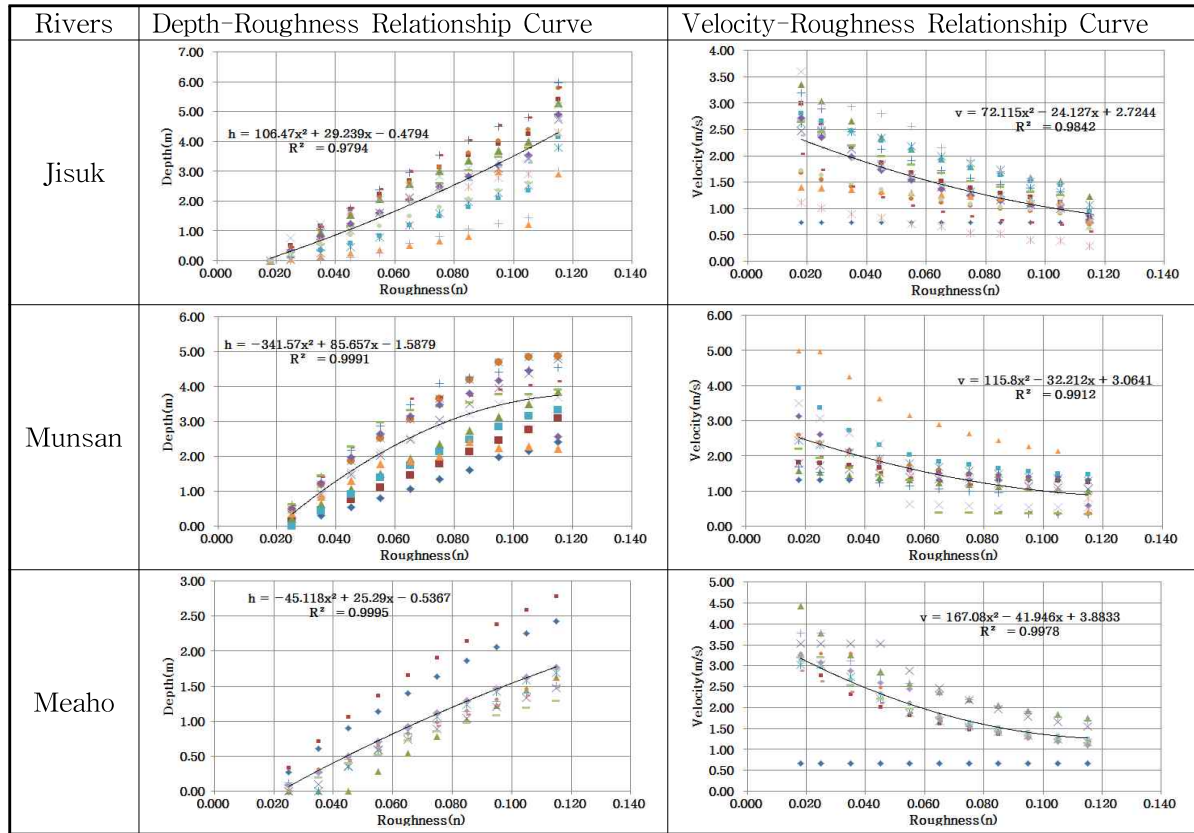


Fig. 4. Depth with Velocity relationship Curve

또한 회귀곡선 그래프에서 다음 Table 6과 같이 방정식으로 나타내어 하천별 구간별로 조도계수를 산출하여 수심과 유속을 계산할 수 있도록 고안 하였다.

Table 6. Depth with Velocity relationship curve formula

Rivers	Depth Relationship Curve Formula	Velocity Relationship Curve Formula
Jisuk	$h_i = A_i n_i^2 + B_i n_i - C_i$	$V_i = A_i n_i^2 - B_i n_i + C_i$
Munsan	$h_i = -A_i n_i^2 + B_i n_i - C_i$	$V_i = A_i n_i^2 - B_i n_i + C_i$
Meaho	$h_i = -A_i n_i^2 + B_i n_i - C_i$	$V_i = A_i n_i^2 - B_i n_i + C_i$

상기 식에서,  $h_i$ ,  $V_i$ ,  $n_i$ 는 구하고자 하는 지점에서의 각각 수위상승(m), 유속(m/s), 조도계수(n),  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ 는 상수이다. 하천별 수리특성 조건에 따라 회귀분석된 관계곡선식에서 상수값은 다음 Table 7과 같다.

Table 7. Factor result of formula

Rivers	Stage factor				Velocity factor			
	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$R^2$	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$R^2$
Jisuk	106.47	29.239	0.4794	0.9794	72.115	24.127	2.7244	0.9842
Munsan	341.57	85.657	1.5879	0.9991	115.80	32.212	3.0641	0.9912
Meaho	45.448	25.290	0.5767	0.9995	167.08	41.946	3.8833	0.9978

#### 4. 결론

본 연구에서는 현재 하천정비 사업중인 지식, 문산, 매호천에 대하여 식생상태별로 11가지 범위의 조도계수를 모형을 이용한 수심과 유속 변화를 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 수심의 변화는 지식천 전 구간에서 평균 0.30m~4.69m, 최대 0.75m~5.97m, 문산천 전 구간에서 평균 0.38m~3.69m, 최대 0.63m~4.88m, 매호천 전 구간에서 평균 0.09m~1.77m, 최대 0.34m~2.79m가 상승되는 것으로 분석되어 하천별 제방여유고(0.6m~1.2m)를 감안하면 범람이 우려된다.
2. 유속의 변화는 지식천 전 구간에서 평균 2.38m/s~0.78m/s, 최대 3.60m~1.23m, 문산천 전 구간에서 평균 2.55m/s~0.80m/s, 최대 4.98m/s~1.47m/s, 매호천 전 구간에서 평균 3.13m/s~1.26m/s, 최대 4.43m/s~1.74m/s가 식생상태에 따라 점차적으로 감소하여 하천형태에 따라 세굴과 퇴적 등 식생으로 인한 불안정한 평형하상 발생이 예상된다.
3. 자연하천에서 흐름저항력이 가장 강한 유형은 매우 조밀한 상태의 갯버들(관목류)과 갈대(지피 식물) 및 아주 큰 돌(조경석)로 조성된 구간으로 조도높이는 0.070~0.200 범위가, 하절기 조밀한 식생활착 상태에서 각 하천구간별로 지식천 0.065~0.070, 문산천 0.085~0.090, 매호천 0.095~0.100의 조도계수 범위가 합리적인 것으로 판단된다.
5. 이러한 분석결과를 바탕으로 향후 전국의 하천을 대상으로 하천의 규모, 하상경사, 하안의 식생 형태 등을 종합적으로 빅 데이터화하기 필요하다. 이를 바탕으로 제방, 홍수터, 유로부의 조도계수에 대한 상세한 모의결과에 따라 하안수변 식생과 도입시설에 맞는 기준을 정립하고 실무에서 보다 정확하고 현실적인 접근방법과 하천을 관리, 개발하는데 중요한 기초자료가 될 것으로 판단된다.

#### 참 고 문 헌

1. 이종석, 김병찬(2010), 하천규모에 따른 식생모델의 홍수위 검토, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제30권 제5B호, pp. 509-518.
2. 노준우, 신현호, 김호준(2010), 소양강 댐 직하류 하천의 식생 영향에 의한 통수능 분석, 대한토목학회논문집, 제30권 제6B호, pp. 533-540.
3. 권기원, 최성욱(2000), 식생된 개수로 흐름의  $k-\epsilon$  난류해석, 대한토목학회논문집. 대한토목학회, 제20권 제1-B호, pp. 11-21.
4. 강형식(2010), 수치모의를 이용한 전단면 식생 수로에서의 와도생성 분석, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제30권, 제2B호, pp. 179-189.
5. 송재우, 방성식(2004), 식생수로와 비식생수로에서의 조도특성 및 유속분포, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제24권, 제6B호, pp. 545-552.



6. 이찬주, 김용전, 김지성, 김원(2010), 자갈하천의 조도계수 특성분석, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제30권 제2B호, pp. 149-157.
7. 배재석, 신충훈, 이장춘, 윤성범(2012), 하천 흐름이 수치모의에 미치는 조도계수의 영향 분석, 한국방재학회논문집, 한국방재학회, 제12권 제2호, pp. 151-158.
8. 한국수자원학회(2009), 하천설계기준·해설(pp. 96), (주) 건설교통저널.
9. Us army corps of engineering(2011), HEC-RAS Hydraulic reference manual.
10. Musleh, F.F and Cruise, J.F.(2006), Functional relationships of resistance in wide flood plains with rigid unsubmerged vegearion, *J. of Hydra. Engrg., ASCE*, Vol. 132, No. 2, pp. 163-171.
11. Yuji Toda, Syunsuke Ikeda, Kentaro Kumagai and Takeshi Asano(2005), Effects of flood flow on flood plain soil and riparian vegetation in a gravel river, *J. of Hydrag., ASCE*, Vol. 131, No. 11, pp. 950-960.