Eddy Interaction Model의 해석적 접근

Analytical Approach of Eddy Interaction Model

최성욱*, 최성욱**

Sung-Uk Choi, Seongwook Choi

요 지

하천에서 유사이동은 하천환경과 하천형상을 결정하는 주요 요소이므로 이를 해석하는 것은 매우 중요하다. 그러나 유사이동은 일반적으로 이상흐름 (two-phase flow)이며 난류를 동반하기에 이를 해석하기에는 쉽지 않다. 이상흐름을 해석하는 방법으로는 유사를 연속상인 유사구름 (sediment cloud)으로 표현하여 해석하는 Euler-Euler 모형이 있으며 입자를 직접 추적하여 해석하는 Euler-Lagrange 모형이 있다. 본 연구에서는 유사이동 해석을 위하여 Euler-Lagrange 모형을 사용하였으며 흐름의 진동성분을 고려하기 위하여 EIM (Eddy Interaction Model)을 사용하였다. 유체의 유속은 Dou (1987)가 제시한 경험식을 사용하였고 난류운동에너지와 소산률은 Nezu and Nakagawa (1993)가 제시한 식을 사용하였다. EIM에서 입자에 발생하는 와의 영향시간 (eddy interaction time)을 계산하기 위해 Gosman and Ioannides (1983)가 제시한 eddy lifetime과 eddy crossing time을 사용하였다. 유사입자는 입자의 운동량방정식을 풀어 그 거동을 추적하였으며 일정 시간 후 입자의 수를 이용하여 농도를 계산하였다. 유체에 발생하는 유속의 진동성분에 의해 입자가 부상하고 중력에 의해 흐름에 따른 일정한 농도분포 형태를 가지는 것을 확인하였다. 유사의 입자크기와 흐름에 따른 농도분포를 계산하였으며, 이를 측정치와 비교하여 EIM의 적용성을 확인하였다.

핵심용어: 개수로, 난류, 유사, Euler-Lagrange 모형, EIM

1. 서론

하천에서 하상변동을 발생시키는 유사는 크게 소류사와 부유사로 나뉜다. 이 중에서 부유사는 유사가 흐름에 의해 부상하여 이동하는 유사를 말하며 국내 하천에서 발생하는 유사량에 큰 비중을 차지한다. 부유사의 입자가 부유하는데 가장 큰 요소로 작용하는 것이 바로 난류에 의한 부유이기 때문에 부유사를 해석하기 위해서는 난류를 이해하는 것이 매우 중요하다고 볼 수 있다. 또한 부유사의 이동은 일반적으로 이상흐름이기 때문에 해석이 쉽지 않다. 이상흐름을 해석하는 방법으로는 유체와 유사입자를 Eulerian 좌표계로 해석하는 방법과 유체를 Eulerian좌표계로, 입자를 Lagrangian 좌표계로 해석하는 방법이 있는데 전자의 방법으로는 흐름의 영향을 유사에 직접적으로 반영하기가 힘들다. 후자의 방법은 입자에 발생하는 복잡한 난류흐름 해석이 필요하기 때문에

* 정회원・연세대학교 공과대학 토목환경공학과 교수・E-mail : schoi@yonsei.ac.kr

** 연세대학교 대학원 토목환경공학과 석·박사통합과정・E-mail : csu1220@hotmail.com

계산이 오래걸리는 문제점이 있다. 따라서 본 연구에서는 EIM을 이용하여 입자에 발생하는 난류량을 계산하며, 이 방법으로 입자 유동에 대한 해석해를 제시하였다. 또한 이 식을 실험수로에 적용해 입자의 농도분포를 계산하고 실측치와 비교하여 EIM의 적용성을 검증하였다.

2. 기본이론

2.1 유동방정식

본 연구에서는 유사가 흐름에 큰 영향을 주지 않을 경우 주 흐름방향으로 완전히 발달된 광폭 개수로 흐름에서 시간 평균된 값을 이용하였다. 횡방향과 종방향 시간평균된 유속은 0으로 하고 주 흐름 방향 유속을 Dou (1987)가 제시한 경험식을 이용하여 계산하였으며 다음과 같다.

$$\frac{\overline{u}}{u_*} = 2.5\log\left(1+\frac{z^+}{5}\right)+7.05\left(\frac{z^+}{5+z^+}\right)^2+2.5\frac{z^+}{5+z^+}+0.5\{1-\cos(2\pi\xi)\} \tag{1}$$

여기서 $\overline{u}$는 시간평균된 주 흐름방향 유속, u_*는 바닥 전단속도, z^+와 ξ는 각각 벽과의 거리를 다른 방법으로 무차원한 값이다 $\left(z^+ = u_* z/\nu,\ \xi = z/H\right)$. 여기서 ν는 유체의 동점성계수, H는 수심이다.

입자의 부유에 큰 영향을 주는 것이 난류이므로 이에 대한 고려가 중요하다. 본 연구에서는 난류운동에너지 (k)와 난류운동에너지의 소산률 (ε)은 Nezu and Nakagawa (1993)가 제시한 식을 이용하여 계산하였다.

$$\frac{k}{u_*^2} = 4.78\exp(-2\xi) \tag{2}$$

$$\frac{\varepsilon H}{u_*^3} = 9.8\xi^{-1/2}\exp(-3\xi) \tag{3}$$

2.2 입자 운동량 방정식

개수로에서 유사입자에 발생하는 힘은 여러 가지가 있으나 크기가 작은 입자의 경우 대부분의 항이 무시된다. 따라서 본 연구에서는 입자에 발생하는 힘으로 흐름에 의한 항력과 중력을 고려하였으며 적용한 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{du_{p,i}}{dt} = \frac{3}{4}\frac{C_D}{D_p}\frac{\rho_f}{\rho_p}|u_r|u_r + g_i - \frac{\rho_f}{\rho_p}g_i \tag{4}$$

여기서 $u_{p,i}$는 입자의 i방향 유속, t는 시간, C_D는 입자의 항력계수, D_p는 입자의 직경, ρ_f는 유체의 밀도, ρ_p는 입자의 밀도, u_r은 입자와 유체의 상대속도, 그리고 g_i는 i방향으로 발생하는 중력계수이다. 항력계수는 Schiller and Naumann (1935)이 제시한 관계식을 이용하였으며 다음과 같다.

$$C_D = \begin{cases} \dfrac{24}{Re_p}\left(1.0+0.15Re_p^{0.687}\right) & ,\ Re_p \leqq 1{,}000 \\ 0.44 & ,\ Re_p > 1{,}000 \end{cases} \tag{5}$$

여기서 Re_p는 입자의 레이놀즈수로 $|u_r|D_p/\nu$로 정의한다. 산정된 유속을 이용해 입자의 위치 ($x_{p,i}$)는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\frac{dx_{p,i}}{dt} = u_{p,i} \tag{6}$$

입자의 속도 (u_p)와 상대속도 (u_r)는 순간속도를 의미하므로 식 (1)에서 산정된 시간평균된 유속 외에 속도의 진동성분 (u'_i)이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 이를 계산하기 위하여 EIM을 사용하였다.

2.3 EIM

개수로에서 비등방성이 심하지 않다면 각 입자에서 발생하는 유속의 진동성분은 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$u'_i = \sqrt{\frac{2}{3}k}\,\phi_i \tag{7}$$

여기서 ϕ_i는 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포를 따르는 무작위 수로 각 입자마다 독립적인 수를 가진다. 이 진동속도는 난류의 시간스케일 만큼 유지한다고 가정하였을 때, Gosman and Ioannides (1983)이 제시한 와의 길이규모 (l_e)개념을 이용하여 eddy interaction time (t_i)을 다음과 같이 계산한다.

$$t_i = \min(t_e,\ t_t) \tag{8}$$

$$l_e = C_\mu^\alpha \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \tag{9}$$

$$t_e = \frac{l_e}{\sqrt{\frac{2}{3}k}} \tag{10}$$

$$t_t = -\tau_p \ln\left(1 - \frac{l_e}{|u_r|\tau_p}\right) \tag{11}$$

여기서 C_μ와 α는 모형계수로 각각 0.09와 0.5를 사용하였다. t_e와 t_t는 각각 eddy lifetime과 eddy-traversing time이며 τ_p는 입자의 relaxation time으로 다음과 같다.

$$\tau_p = \frac{4}{3}\frac{\rho_p}{\rho_f}\frac{D_p}{|u_r|C_D} \tag{12}$$

2.4 해석해

본 연구에서는 EIM에서 eddy interaction time동안 유체의 흐름이 변하지 않는다는 가정하에 입자의 운동량 방정식을 계산하였다. eddy interaction time동안 C_D와 u는 상수가 되며 식 (4)를 통해 Δt시간이 지난 후의 입자의 유속에 대한 해석해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_{p,i}(\Delta t) = u_i(\Delta t) + \tau_p G_i + \{u_{p,i}(0) - u_i(0) - \tau_p G_i\} e^{-\Delta t/\tau_p} \tag{13}$$

여기서 G_i는 중력항 $(g_i - \rho_f/\rho_p g_i)$을 나타낸 것이다.

식 (13)을 이용해 식 (6)을 적분하면 입자의 변위 대한 해석해를 계산할 수 있다. Δt 동안의

시간이 지난 후에 입자의 위치에 대한 해석해는 다음과 같다.

$$x_{p,i}(\Delta t) = x_p(0) + \Delta t\{u_i(\Delta t) + \tau_p G_i\} + \tau_p\{u_{p,i}(0) - u_i(0) - \tau_p G_i\}(1 - e^{-\Delta t/\tau_p}) \quad (14)$$

2.5 계산조건

입자가 충분한 시간동안 이동한 후 수심방향으로 격자를 생성해 격자 내 위치한 입자의 수를 통해 상대농도를 계산하였다. 격자는 21개를 생성하였고 40,000개의 입자를 20초간 이동시켰다. 입자가 바닥에 도달하거나 자유수면에 도달할 경우 그 경계면을 넘지 않도록 경계조건을 설정하였다.

3. 모형의 적용

3.1 실험 조건

본 모형을 검증하기 위해 Coleman (1986)의 실험에 적용하였다. Coleman (1986)은 유사의 유입에 의한 흐름의 변동을 알아보기 위해 길이 15 m에 폭이 0.356 m인 실내 실험수로에서 상류로부터 12 m 떨어진 지점에서 유속과 유사량을 측정하였다. 본 연구에서는 계산을 위해 사용된 조건은 Table 1에 나타내었으며 EIM에 적용시켜 부유사 농도를 계산하고 이를 실측결과와 함께 비교하였다. Table 1에서 Z는 Rouse 수 ($= u_*/(\kappa v_s)$)이고 v_s는 입자의 침강속도이다.

3.2 적용 결과

Figure 1은 Coleman (1986)과 Vanoni (1940)의 실험조건에 대하여 EIM을 이용해 계산하고 그 결과를 실측치와 비교한 것이다. Figure 1을 보면 유사입자가 바닥 근처에 집중해있으며 자유수면 근처로 갈수록 농도가 작아지는 것을 볼 수 있다. 이는 중력에 의한 영향으로 입자가 전반적으로 침강하지만 난류에 의한 z방향 진동속도에 의해 부유하게 되어 두 상태가 평형을 이루면 Figure 1과 같은 농도분포를 보이게 된다. Figure 1 (a)와 (b)를 비교해보면 (b)가 좀 더 가라앉는 모습을 볼 수 있는데, 흐름이 약해질수록 z방향 진동속도가 약해져 입자가 부상하는 정도가 작아지기 때문에 입자가 덜 부유하는 것을 확인할 수 있다. EIM을 이용한 계산결과가 어느정도 실측치와 유사하게 산정된 것을 볼 때 본 모형이 개수로에서 유사량 산정에 적용 가능할 것으로 판단된다.

4. 결론

본 연구에서는 EIM의 기본 가정을 이용해 입자의 운동량 방정식의 해석해를 제시하고 실험수로에 적용하여 그 적용성을 확인하였다. 계산 결과 본 모형이 부유사의 농도분포를 잘 모의하는 것을 확인하였으며 흐름의 세기에 따라 농도가 변하는 것을 확인하였다.

감 사 의 글

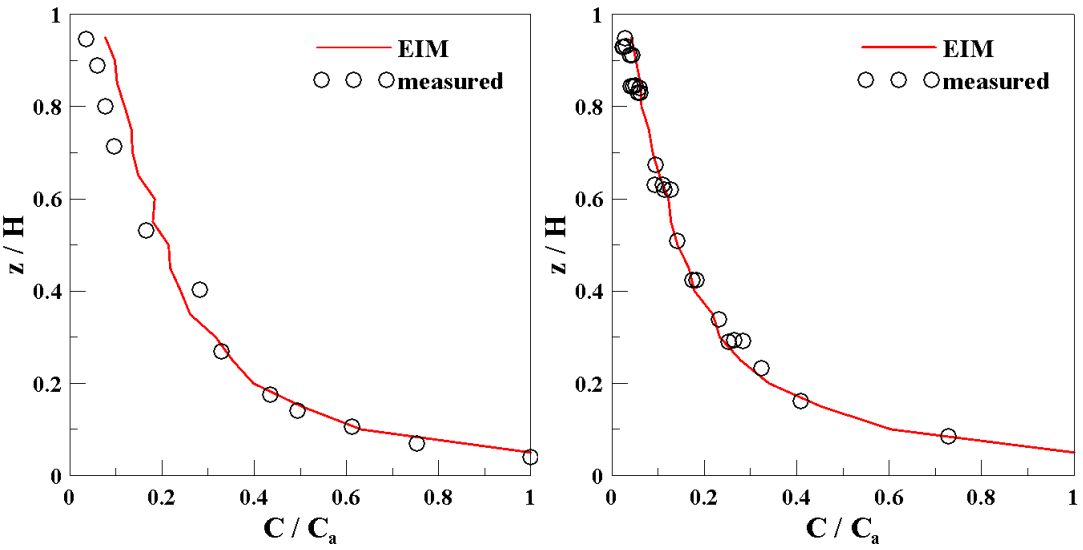
이 논문은 2014년도 정부 (미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다 (NRF-2012R1A2A2A02047549). 연구비 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Coleman, N. L. (1986). Effects of suspended sediment on the open-channel velocity distribution. *Water Resources Research*, 22(10), 1377-1384.
2. Dou, G. R. (1987). *Turbulence II*, Higher Education Press, Beijing, China.
3. Gosman, A. D. and Ioannides, E. (1983). Aspects of computer simulation of liquid-fueled combutors. *Journal of Energy*, 7(6), 482-490.
4. Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open-channel flows*. International Association for Hydraulic Research, Delft, Netherlands.
5. Schiller, L. and Naumann, Z. (1933). A drag coefficient correlation. *Z. Ver. Deutsh. Ing.*, 77, 318-318.
6. Vanoni, V. A. (1940). Experiments on the transportation of suspended sediment by water. Ph. D. Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California.

Table 1. experiment condition

Data source	Run	u_* (m/s)	H (m)	D_p (mm)	Z
Coleman (1986)	C02	0.041	0.17	0.105	0.52
Vanoni (1940)	19	0.029	0.07	0.1	0.67



(a) Coleman's (1983) Exp. (b) Vanoni's (1940) Exp.

Fig. 1. streamwise direction velocity distribution