

Dubins 곡선을 이용한 항공기 3자유도 질점 모델의 3차원 경로계획 및 유도

3-Dimensional Path Planning and Guidance using the Dubins Curve for an 3-DOF
Point-Mass Aircraft Model

오수현^{1*}, 하철수¹, 강승은¹, 고상호¹, 이용원²
한국항공대학교¹, (주)리얼타임비주얼²

초 록

본 논문에서는 항공기의 3자유도 질점 모델과 Dubins 곡선을 이용한 3차원 경로생성 알고리즘 및 비선형 경로추종 유도기법을 통합하여 항공기의 경로계획을 위해 적용한 경로생성 알고리즘을 검증하고, 경로추종 성능과 항공교통관리를 위한 시뮬레이션에 3자유도 질점 항공기 모델 사용의 타당성을 확인하였다. 최적경로 생성을 위해 사용된 Dubins 곡선의 경우 계산속도가 빠르고 경로계획에 바로 적용이 가능하다는 장점이 있다. 하지만 주로 2차원 상의 경로문제를 다루기 때문에 이를 3차원 비행경로로 확장시킨 알고리즘을 사용하였다. 경로추종을 위한 유도제어법칙은 Specific Acceleration 명령을 통해 자세를 제어하는 비선형 경로추종 유도법칙을 활용하였으며, 이에 대한 결과를 확인하였다.

1. 서론

항공교통관제와 시뮬레이션 분야에서는 실시간 경로계획이 중요하기 때문에 빠른 계산속도가 요구되며, 상대적으로 항공기의 동특성은 중요하지 않다. 항공기 3자유도 질점 모델은 각 방향의 모멘트에 대한 자유도를 무시하고, 항공기 자세에 대한 힘 방향 운동방정식의 영향만을 모델링하기 때문에 항공교통관제 환경 및 무인항공기의 협력기동에 대한 경로계획 및 최적제어 문제에 많이 활용되었다[1-5].

최적경로 생성을 위한 최적화 기법은 크게 간접기법(Indirect Method)과 직접기법(Direct Method)으로 구분할 수 있다. 하지만 간접기법은 초기상태에 대한 추측이 어렵고, 직접기법은 방정식을 이산화하기 위한 격자에 의존하기 때문에 불연속적인 문제의 경우 그 성능이 떨어진다. 또한 계산의 복잡성이 높고, 초기조건에 대한 의존도가 강하여 실시간으로 계산하기 힘들기 때문에 항공교통관제와 같은 분야에 적용하기 어렵다[6].

이러한 실시간 적용문제를 해결하기 위해 L. E.

Dubins[7]는 2차원 평면 위의 두 점에 대하여 시작지점과 도착지점에서의 방향이 주어질 때 제한된 회전반경을 고려한 최단경로 문제의 해로 Dubins 곡선을 제안하였다. Dubins 곡선은 계산속도가 빠르고 경로계획에 바로 적용이 가능하다는 장점이 있어 최소 선회반경을 구속조건으로 하는 자동차와 항공기의 2차원 평면에서의 경로 최적화 문제에 많이 사용되어 왔다[7,8].

Dubins곡선을 이용한 3차원 경로생성에 대한 연구는 국내의 경우 관련된 연구수행 결과가 없고, 국외의 경우 많은 연구가 수행되었다[9-14]. 본 논문에서는 Randal W. Beard [12]의 연구에서 제시한 경로생성 알고리즘과 항공기의 3자유도 질점 모델, 비선형 경로추종 유도기법[15]을 통합하였다. 이를 통해 3차원 경로생성 알고리즘과 3자유도 질점 항공기 모델의 경로추종 성능을 확인하고, 3자유도 질점 항공기 모델로 항공교통관리를 위한 분석에 충분함을 보이고자 하였다.

2. 본 론

2.1 항공기 3차원 경로생성[12]

2.1.1 2차원 Dubins 경로생성

평면에서의 초기점(i)와 최종점(f)의 위치정보벡터는 NED좌표계에서의 x , y 좌표와 방향각(Heading Angle, ψ)에 대한 3차원 벡터로 식(1)로 표현된다.

$$\begin{aligned} C_{i2} &= [x_i \ y_i \ \psi_i] \\ C_{f2} &= [x_f \ y_f \ \psi_f] \end{aligned} \quad (1)$$

2차원 경로생성을 위한 모델은 식(2)와 같고, 선회반경의 한계는 방향각에 대한 구속조건으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ned} &= V \cos \psi \\ \dot{y}_{ned} &= V \sin \psi \\ \dot{\psi}_{ned} &= u, \text{ where } |u| \leq \bar{u} \end{aligned} \quad (2)$$

이 때 최소선회반경(R_{\min})은 식(3)과 같고, 2차원 경로(L_{2D})는 최소선회반경과 위치정보벡터에 대한 함수가 되며 식(4)로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} R_{\min} &= V/\bar{u} \\ L_{2D} &= f(C_i, C_f, R_{\min}) \end{aligned} \quad (3) \quad (4)$$

2.1.2 3차원 Dubins 경로생성

2차원 Dubins 경로(L_{2D})에 비행 경로각(γ)을 추가하여 식(5)의 3차원 모델로 확장한다. 이 때 비행 경로각에 의한 구속조건이 생성된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ned} &= V \cos \psi \cos \gamma \\ \dot{y}_{ned} &= V \sin \psi \cos \gamma \\ \dot{z}_{ned} &= -V \sin \gamma, \text{ where } |\gamma| \leq \bar{\gamma} \end{aligned} \quad (5)$$

3차원 공간에서 항공기의 제한된 선회반경은 방향각과 선회각의 관계식을 식(6)이라고 할 때, 선회각(Bank Angle, ϕ)의 구속조건으로 표현되고, 최소선회반경은 식(7)과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{g}{V} \tan \phi, \text{ where } |\phi| \leq \bar{\phi} \\ R_{\min} &= \frac{V^2}{g \tan \bar{\phi}} \end{aligned} \quad (6) \quad (7)$$

3차원 공간의 위치정보벡터는 고도방향의 위치(z_i, z_f)를 추가하여 식(8)의 4차원 벡터로 표현된다. 이 때 고도차에 따라 저고도, 중고도, 고고도 조건으로 분류된다.

$$\begin{aligned} C_{i3} &= [x_i \ y_i \ z_i \ \psi_i] \\ C_{f3} &= [x_f \ y_f \ z_f \ \psi_f] \end{aligned} \quad (8)$$

2.1.3 저고도 변화 (Low Altitude Change)

저고도의 3차원 Dubins 경로는 위치정보벡터로부터 2차원 Dubins 경로와 구속조건을 만족하는 최적 비행 경로각(Optimal Flight Path Angle, γ^*)을 통해 계산된다. 따라서 저고도 조건을 나타내는 식(9)로부터 최적 비행 경로각은 식(10)으로 표현된다.

$$|z_f - z_i| \leq L_{2D}(R_{\min}) \tan \bar{\gamma} \quad (9)$$

$$\gamma^* = \tan^{-1} \left(\frac{|z_f - z_i|}{L_{2D}(R_{\min})} \right) \quad (10)$$

따라서 저고도의 3차원 경로(L_{3D})는 최적 비행 경로각과 최소선회반경 및 위치정보벡터의 함수이며, 2차원 Dubins 경로와 최적비행 경로각에 대한 식(11)로 나타낼 수 있다.

$$L_{3D}(R_{\min}, \gamma^*) = \frac{L_{2D}(R_{\min})}{\cos \gamma^*} \quad (11)$$

2.1.4 고고도 변화 (High Altitude Change)

고고도의 경우 초기점과 최종점의 고도차가 매우 크기 때문에 추가적인 나선형 선회경로가 필요하다. 추가되는 나선횟수를 k 라고 할 때 k 는 식(13)으로 표현되고, 고고도 조건식(12)는 식(14)로 다시 나타내어진다.

$$|z_f - z_i| > [L_{2D}(R_{\min}) + 2\pi R_{\min}] \tan \bar{\gamma} \quad (12)$$

$$k = \left\lceil \frac{1}{2\pi R_{\min}} \left(\frac{|z_f - z_i|}{\tan \bar{\gamma}} - L_{2D}(R_{\min}) \right) \right\rceil \quad (13)$$

$$\begin{aligned} (L_{2D}(R_{\min}) + 2\pi k R_{\min}) \tan \bar{\gamma} &\leq |z_f - z_i| \\ |z_f - z_i| &< (L_{2D}(R_{\min}) + 2\pi(k+1)R_{\min}) \tan \bar{\gamma} \end{aligned} \quad (14)$$

이 때 나선형 경로의 선회반경은 2차원 Dubins 경로를 위한 최적선회반경(Optimal Turn Radius, R^*)과 같고, 최적비행 경로각은 $\gamma^* = \bar{\gamma}$ 이므로 식(15)로 나타낼 수 있다. 따라서 고고도에 대한 3차원 경로는 R^* 와 $\bar{\gamma}$ 에 대하여 식(16)으로 표현된다.

$$(L_{2D}(R^*) + 2\pi k R^*) \tan \bar{\gamma} = |z_f - z_i| \quad (15)$$

$$L_{3D}(R^*, \bar{\gamma}) = \frac{L_{2D}(R^*)}{\cos \bar{\gamma}} \quad (16)$$

2.1.5 중고도 변화 (Medium Altitude Change)

중고도의 경로생성은 식(17)의 중고도 조건처럼 저고도와 비교하여 고도차가 크지만, 나선형의 경로를 추가하기에는 고고도에 비해 고도차가 작다.

$$L_{2D}(R_{\min})\tan\bar{\gamma} < |z_f - z_i| \quad (17)$$

$$|z_f - z_i| \leq [L_{2D}(R_{\min}) + 2\pi R_{\min}]\tan\bar{\gamma}$$

따라서 전체회전(Full Turn)경로가 아닌 호(Arc)형 경로의 추가를 통해 경로생성이 이루어진다. 호의 각도를 φ 라 하고, 호가 경로의 시작지점에 추가되었다고 할 때 초기 위치정보벡터는 호의 종료지점을 기준으로 식(18)과 같이 재설정 된다.

$$C_\varphi = [x_\varphi \ y_\varphi \ \psi_i + \varphi] \quad (18)$$

재설정된 초기 위치정보벡터에 대한 새로운 2차원 경로는 식(19)와 같은 φ 의 함수로 표현된다.

$$L(\varphi) = \varphi R_{\min} + L_{2D}(C_{i\varphi}, C_{f\varphi}) \quad (20)$$

이것은 고도차에 대한 가장 적절한 호의 각도(Optimal Arc Angle, φ^*)를 찾는 문제가 되고, 식(21)과 같다. 따라서 중고도에서의 3차원 경로는 식(22)로 나타낼 수 있다.

$$L(\varphi^*)\tan\bar{\gamma} = |z_f - z_i| \quad (21)$$

$$L_{3D} = \frac{L(\varphi^*)}{\cos\bar{\gamma}} \quad (22)$$

2.2 유도 및 제어법칙 [15,16]

경로추종을 위한 방법으로 비선형 경로 추종 유도기법을 외부루프로 사용하였다. 이 경우 생성경로에 대한 항공기의 현재위치벡터(\vec{L})와 속도벡터(\vec{V})를 이용하여, 식(23)을 통해 가속도 명령(\vec{a}_{cmd})을 생성한다.

$$\vec{a}_{cmd} = \frac{2}{|\vec{L}|^2}(\vec{V} \times \vec{L}) \times \vec{V} \quad (23)$$

가속도명령은 식(24)를 통하여 중력의 효과를 배제한 Specific Acceleration(\vec{A}_{cmd})명령을 생성하고, 자세제어를 위한 내부루프에 활용된다.

$$\vec{A}_{cmd} = \vec{a}_{cmd} - \vec{g} \quad (24)$$

내부루프는 기체좌표계를 기준으로 추력(T), 선회각(ϕ), 받음각(α)제어기로 구성된다. 제어명령

에 대한 추력, 선회각, 받음각은 식(25)와 같은 Lag형태로 모델링하였다.

$$\dot{T} = \frac{T_c - T}{\tau_T}, \dot{\phi} = \frac{\phi_c - \phi}{\tau_\phi}, \dot{\alpha} = \frac{\alpha_c - \alpha}{\tau_\alpha} \quad (25)$$

추력과 받음각은 PI제어를 사용하였으며, 선회각 제어기의 경우 반복 실험결과 감쇠성능이 낮아 PID로 식(26-28)과 같이 선정하였다.

$$T_c = K_{Px}A_x + K_{Ix} \int (A_x - A_{cmd,x})dt \quad (26)$$

$$\phi_c = K_{Dy}r + K_{Py}A_y + K_{Iy} \int (A_y - A_{cmd,y})dt \quad (27)$$

$$\alpha_c = K_{Pz}A_z + K_{Iz} \int (A_z - A_{cmd,z})dt \quad (28)$$

원하는 제어성능을 위해 제어기의 전달함수는 식(29)와 같은 감쇠비(Damping Ratio, ζ)와 고유진동수(Natural Frequency, ω_n)에 대한 2차 전달함수로 표현할 수 있다.

$$\frac{A}{A_{cmd}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (29)$$

Specific Acceleration 명령에 대한 제어기 전달함수는 초기속도에 대한 Trim조건을 기준으로 선형화[17]를 통해 식(30-32)로 표현되며, 제어이득 값은 식(33-35)와 같이 결정할 수 있게 된다. 이 때 식(34)의 선회각 제어기의 경우 비례이득(P-Gain) 값이 미분이득(D-Gain) 값에 대한 함수로 표현되기 때문에 미분이득 값은 결과 분석을 통해 응답이 안정적인 값으로 설정하였다.

• 제어기 전달함수

$$\frac{A_x}{A_{cmd,x}} = \frac{\frac{K_{Ix}}{\tau_{Tm} \left(1 + \frac{D_u}{X_u}\right)}}{s^2 + \left(\frac{1}{\tau_T} - \frac{K_{Px}}{\tau_{Tm} \left(1 + \frac{D_u}{X_u}\right)}\right)s + \frac{K_{Ix}}{\tau_{Tm} \left(1 + \frac{D_u}{X_u}\right)}} \quad (30)$$

$$\frac{A_y}{A_{cmd,y}} = \frac{\frac{K_{Iy}g}{\tau_\phi}}{s^2 + \left(\frac{1}{\tau_\phi} - \frac{gK_{Dy}}{V\tau_\phi} + \frac{K_{Py}g}{\tau_\phi}\right)s + \frac{K_{Iy}g}{\tau_\phi}} \quad (31)$$

$$\frac{A_z}{A_{cmd,z}} = \frac{-\frac{K_{Iz}L_\alpha}{\tau_\alpha}}{s^2 + \left(\frac{K_{Pz}L_\alpha}{\tau_\alpha} + \frac{1}{\tau_\alpha}\right)s - \frac{K_{Iz}L_\alpha}{\tau_\alpha}} \quad (32)$$

• 제어이득

$$K_{Px} = m \left(1 + \frac{\partial D_u}{\partial X_u} \right) (1 - 2\zeta_x \omega_{nx} \tau_T) \tag{33}$$

$$K_{Lx} = \tau_T \omega_{nx}^2 m \left(1 + \frac{\partial D_u}{\partial X_u} \right)$$

$$K_{Py} = \frac{1}{gV} (2\zeta_y \omega_{ny} V \tau_\phi - V + gK_{Dy}) \tag{34}$$

$$K_{Ly} = \frac{\tau_\phi \omega_{ny}^2}{g}$$

$$K_{Pz} = \frac{(2\zeta_z \omega_{nz} \tau_\alpha - 1)}{L_\alpha} \tag{35}$$

$$K_{Lz} = -\frac{\tau_\alpha \omega_{nz}^2}{L_\alpha}$$

2.3 항공기 3자유도 질점 모델링

3자유도 운동 모델은 NED좌표계를 기준으로 항공기의 속도(V)와 비행 경로각(γ), 방향각(ψ) 및 추력(T)과 받음각(α), 선회각(φ)에 대한 식으로 식(36,37)과 같이 표현된다. 항공기의 모델은 F-4기체의 데이터를 활용하였고, 상태변수의 계산에 필요한 양력계수(C_L)와 항력계수(C_D)는 마하수(M)에 대한 근사식을 사용하였다[1,18].

• Kinematic Equations

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \gamma \cos \psi \\ \dot{y} &= V \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{z} &= -V \sin \gamma \end{aligned} \tag{36}$$

• Dynamic Equations

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{T \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} &= \frac{(L + T \sin \alpha) \cos \phi}{mV} - \frac{g}{V} \cos \gamma \\ \dot{\psi} &= \frac{(L + T \sin \alpha) \sin \phi}{mV \cos \gamma} \end{aligned} \tag{37}$$

2.4 알고리즘 통합 및 시스템 구성

전체적인 시뮬레이션 프로그램은 알고리즘을 통합하여 Matlab과 Simulink를 통해 제작하였다. Fig 1은 전체 시스템의 흐름과 기능을 도식화 한 것이다. 3차원 Dubins 경로를 생성하고, 가속도 명령을 통해 항공기 3자유도 질점 모델에 대한 유도 및 자세제어를 실시한다.

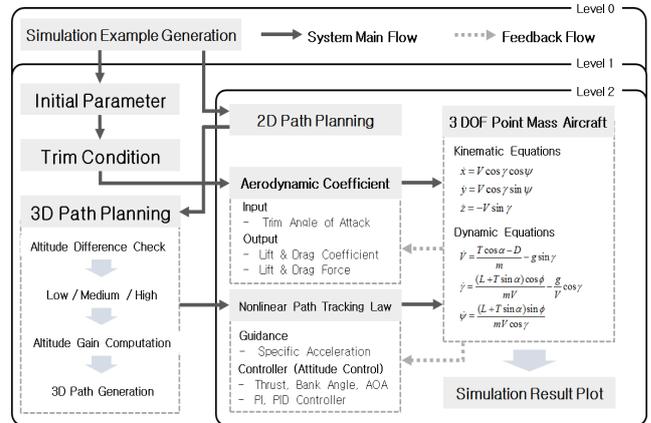


Fig 1. System scheme and flow

3. 결론

본 연구에서는 F-4기체의 공력데이터 [1]를 바탕으로 3자유도 항공기 질점 모델과 3차원 Dubins 경로생성 알고리즘 [12] 및 비선형 경로추종 유도법칙 [16]을 통합하여 3자유도 질점 항공기 모델로 항공교통관리를 위한 분석에 충분한 결과를 보이게 하였다. 그 결과 경로생성 알고리즘이 잘 적용되었고, 항공기의 유도 제어가 잘 이루어졌으며, 3자유도 질점 항공기 모델만으로 충분한 결과를 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있었다. 그러나 상승 및 하강 비행시 엔진추력에 의해 경로추종 성능이 낮아지므로, 추가적인 속도제어 알고리즘이 필요하다. 따라서 추후 연구는 속도제어 기법에 대한 연구를 통해 경로추종 성능과 경로최적화에 대한 문제를 개선하고자 한다.

후기

본 논문은 (주)리얼타임비주얼의 지원과 국방과학연구소 산하 생존성기술특화연구센터의 지원 사업으로 연구되었습니다. (계약번호 UD150013ID)

참고문헌

[1] K. Y. Luo and A. E. Bryson, 1996, "Inverse and optimal control for precision aerobatic maneuvers," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 19, no.2, pp. 483-488.

- [2] M. R. Anderson and A. C. Robbins, 1998, "Formation flight as a cooperative game," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, paper no. 98-4124, pp. 244-251.
- [3] T. Kinoshita and F. Imado, 2006, "The application of an UAV flight simulator : The development of a new point mass model for an aircraft," SICE-ICASE, International Joint Conference 2006, pp. 4378-4383.
- [4] J. G.H. Carretero, F. J. S. Nieto and R. R. Cordon, "Aircraft trajectory simulator using a three degrees of freedom aircraft point mass model," Air Navigation Research Group, Polytechnic University of Madrid, Madrid, Spain.
- [5] I. W. Kim, D. H. Kim, and S. J. Yoon, 2014, "Flight trajectory generation of air traffic simulation and verification using X-Plane," KSAS fall conference 2014, pp. 1434-1437.
- [6] D. Delahaye, S. Puechmorel, P. Tsiotras and E. Feron, 2013, "Mathematical models for aircraft trajectory design : A survey," 3rd ENRI International Workshop on ATM/CNS, Tokyo, Japan.
- [7] L. E. Dubins, 1957, "On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal position and tangents," American Journal of mathematics, vol. 79, pp. 497-516.
- [8] A. M. Shkel and V. Lumelsky, 2001, "Classification of the Dubins set," Robotics and Autonomous Systems, vol. 34, pp. 179-202.
- [9] M. Shanmugavel, A. Tsourdos, R. Zbikowski and B. A. White, "3D dubins sets based coordinated path planning for swarm of UAVs," AIAA-2006-6211.
- [10] R. Hurley, R. Lind and J. Kehoe, 2009, "A mixed local-global solution to motion planning within 3-D environments," AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, AIAA-2009-6297.
- [11] H. Chitsaz and S. M. LaValle, 2007, "On time-optimal paths for the dubins airplane," 2007 IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2379-2384.
- [12] R. W. Beard and T. W. McLain, 2013, "Implementing Dubins airplane paths on fixed-wing UAV," Brigham Young University.
- [13] G. Ambrosino, M. Ariola, U. Ciniglio, F. Corraro, A. Pironti and M. Virgilio, 2006, "Algorithms for 3D UAV path generation and tracking," Proceedings of the 45th IEEE conference on Design and Control, pp. 5275-5280.
- [14] M. Hwangbo, J. Kuffner, and T. Kanade, 2007, "Efficient two-phase 3D motion planning for small fixed-wing UAVs," 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma, Italy, pp. 1035-1041.
- [15] S. H. Park, 2009, "Autonomous aerobic flight for fixed wing aircraft," Journal of KSAS, vol. 37, no. 12, pp. 1217-1224.
- [16] S. H. Park, J. Deyst, and J. P. How, 2007, "Performance and Lyapunov stability of a nonlinear path-following guidance method," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 30, no. 6, pp. 1718-1728.
- [17] R. C. Nelson, 1989, Flight Stability and Automatic Control, McGraw-Hill, New York.
- [18] N. X. Vinh, 1981, Optimal Trajectories in Atmospheric Flight, Elsevier scientific publishing company, Amsterdam, Oxford, New York.