유한대판법을 이용한 다층 원통쉘의 응력해석

Stress Analysis of a Multi-Layered Cylindrical Shell Using Finite Strip Method

박 승 진* • 양 수 진**
Park, Sung-Jin • Yang, Su-Jin

요 약

본 논문은 유한요소의 일종인 유한대판법(Finite Strip Method)를 사용하여 양단 단순지지된 3차원 다층 원통쉘의 내측과 외측에 받는 하중이 2층 구조(강재/콘크리트) 및 3층 구조(강재/콘크리트/강재)에 미치는 영향과 이종재료인 다층 원통쉘의 최적 상태에 대해 알아본다.

keywords : 유한대판법, 다층 원통쉘

1. 서 론

구조해석의 기술혁명을 가속화한 유한요소법(Finite Element Method)는 구조물을 해석하기 위한 가장 유용한 수단으로 발전하여 왔다. 여러 종류의 유한요소 모델이 개발되어 구조해석의 선형, 비선형의 정적해석 뿐만 아니라 동적 문제 해석까지 다양하게 거론되어 왔으나 유한요소법은 이산화된 구조물의 자유도수 크기, 계산기 용량, 해의 신뢰성 등의 단점이 지적되었다. 이러한 결점을 보안하기 위해 유한요소 이산화개념과 Fourier 급수 전개를 조합한 유한대판법(Finite Strip Method)이 제안되었다.

본 연구에서는 유한대판법을 이용하여 양단이 단순지지된 다층원통쉘을 3차원적으로 해석과 강재 또는 콘크리트 층의 층두께, 원통길이 등 파라메터를 다양하게 변화시켜 다층원통쉘에 미치는 영향을 검토한다.

2. 유한대판법을 이용한 응력해석

유한대판법은 변위법을 이용한 일종의 유한요소법이다. 절점변위 파라메터를 이용하여 임의점의 응력을 구할 수 있다. 응력은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_x = \sum_m \sum_n [\{D_{11}(1-\bar{z})u_{1mn} + \bar{z}u_{2mn}\}X''_m + D_{12}\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}v_{1mn} + \frac{\bar{z}}{r+z}v_{2mn}\right)nX_m$$

* 정 회 원 • 인천대학교 도시환경공학부 교수 sjpark@inu.ac.kr
** 학생회원 • 인천대학교 도시건설공학과 석사과정 201421122@inu.ac.kr

$$+\left\{\left(D_{12}\frac{1-\bar{z}}{r+z}-\frac{D_{13}}{c}\right)w_{1mn}+\left(D_{12}\frac{\bar{z}}{r+z}+\frac{D_{13}}{c}\right)w_{2mn}\right\}X_m\cos n\theta$$

$$+\left\{D_{11}(1-\bar{z})u'_{1mn}+\bar{z}u_{xmn}\right\}X''_m+D_{12}\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}v'_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}v'_{2mn}\right)nX_m$$

$$+\left\{\left(D_{12}\frac{1-\bar{z}}{r+z}-\frac{D_{13}}{c}\right)w'_{1mn}+\left(D_{12}\frac{\bar{z}}{r+z}+\frac{D_{13}}{c}\right)w'_{2mn}\right\}X_m\cos\left(n\theta+\frac{\pi}{2}\right)] \quad \text{........(1)}$$

$$\sigma_\theta=\sum_m\sum_n[\left\{D_{12}(1-\bar{z})u_{1mn}+\bar{z}u_{2mn}\right\}X''_m+D_{12}\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}v_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}v_{2mn}\right)nX_m$$

$$+\left\{\left(D_{22}\frac{1-\bar{z}}{r+z}-\frac{D_{33}}{c}\right)w_{1mn}+\left(D_{22}\frac{\bar{z}}{r+z}+\frac{D_{33}}{c}\right)w_{2mn}\right\}X_m\cos n\theta$$

$$+\left\{D_{12}(1-\bar{z})u'_{1mn}+\bar{z}u_{2mn}\right\}X''_m+D_{22}\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}v'_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}v'_{2mn}\right)nX_m$$

$$+\left\{\left(D_{22}\frac{1-\bar{z}}{r+z}-\frac{D_{13}}{c}\right)w'_{1mn}+\left(D_{22}\frac{\bar{z}}{r+z}+\frac{D_{33}}{c}\right)w'_{2mn}\right\}X_m\cos\left(n\theta+\frac{\pi}{2}\right)] \quad \text{........(2)}$$

$$\sigma_z=\sum_m\sum_n[\left\{D_{13}(1-\bar{z})u_{1mn}+\bar{z}u_{2mn}\right\}X''_m+D_{23}\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}v_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}v_{2mn}\right)nX_m$$

$$+\left\{\left(D_{23}\frac{1-\bar{z}}{r+z}-\frac{D_{33}}{c}\right)w_{1mn}+\left(D_{23}\frac{\bar{z}}{r+z}+\frac{D_{33}}{c}\right)w_{2mn}\right\}X_m\cos n\theta$$

$$+\left\{D_{13}(1-\bar{z})u'_{1mn}+\bar{z}u_{2mn}\right\}X''_m+D_{23}\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}v'_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}v'_{2mn}\right)nX_m$$

$$+\left\{\left(D_{23}\frac{1-\bar{z}}{r+z}-\frac{D_{33}}{c}\right)w'_{1mn}+\left(D_{23}\frac{\bar{z}}{r+z}+\frac{D_{33}}{c}\right)w'_{2mn}\right\}X_m\cos\left(n\theta+\frac{\pi}{2}\right)] \quad \text{........(3)}$$

$$\tau_{\theta z}=D_{44}\sum_m\sum_n[\left\{\left(\frac{1}{c}+\frac{1-\bar{z}}{r+z}\right)v_{1mn}-\left(\frac{1}{c}-\frac{\bar{z}}{r+z}\right)v_{2mn}\right\}$$

$$+n\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}w_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}w_{2mn}\right)X_m\sin n\theta$$

$$+n\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}w_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}w_{2mn}\right)X_m\sin n\theta$$

$$+\left\{\left(\frac{1}{c}+\frac{1-\bar{z}}{r+z}\right)v'_{1mn}-\left(\frac{1}{c}-\frac{\bar{z}}{r+z}\right)v'_{2mn}\right\} \quad \text{.........(4)}$$

$$\tau_{zx}=D_{55}\sum_m\sum_n[\left\{\frac{1}{c}(-u_{1mn}+u_{2mn})+(1-\bar{z})w_{1mn}+\bar{z}w_{2mn}\right\}X'\cos n\theta$$

$$+\left\{\frac{1}{c}(-u'_{1mn}+u'_{2mn})+(1-\bar{z})w'_{1mn}+\bar{z}w'_{2mn}\right\}X'_m\cos\left(n\theta+\frac{\pi}{2}\right)] \quad \text{.........(5)}$$

$$\tau_{x\theta}=D_{66}\sum_m\sum_n[\left\{-n\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}u_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}u_{2mn}\right)+(1-\bar{z})v_{1mn}+\bar{z}v_{2mn}\right\}X'_m\sin n\theta$$

$$+\left\{-n\left(\frac{1-\bar{z}}{r+z}u_{1mn}+\frac{\bar{z}}{r+z}u_{2mn}\right)+(1-\bar{z})v_{1mn}+\bar{z}v_{2mn}\right\}X'_m\sin\left(n\theta+\frac{\pi}{2}\right)] \quad \text{.........(6)}$$

여기서, D는 탄성 매트릭스, 직응력 축방향응력 σ_x, 원주방향응력σ_θ, 반경방향응력σ_z, m은 축방향

파수이다.

3. 해석결과의 분석

3.1. 이종재료인 다층원통쉘 내측에 하중을 받을 경우와 외측에 하중을 받을 경우를 대상으로 하여 2층 구조(강재/콘크리트) 및 3층 구조(강재/콘크리트/강재)에 대해 직응력 축방향응력(σ_x), 원주방향응력(σ_θ), 반경방향응력(σ_z)에 미치는 영향은 다음과 같다.

3.1.1 원주방향응력은 3개의 직응력 중에서 가장 큰 값을 나타내었으며, 1층 구조에서는 응력치가 거의 일정하였지만, 3층 구조에서는 층두께 t가 작을수록 응력치가 커지는 것을 알 수 있었으며, 축방향응력과 원주방향응력에서 외측보다 내측에 응력치가 커지기 때문에 외측재료의 강재를 사용하는 것은 좋지 않다는 것을 알 수 있었다.

3.1.2 반경방향응력에서는 점대칭 분포의 경향을 나타내고 있으며, 층 내측에서 응력치가 1 또는 0에 정확히 수렴하지 않는 것은 유한대판법에 의한 계산오차에 기인한 것이라 판단된다.

3.2. 이종재료인 다층 원통쉘의 최적 상태

3.2.1 다층원통쉘은 비강성/비강도가 단일재료에 비해 우수하기 때문에 내진설계를 필요로 하는 많은 공학분야에서 사용되고 있다. 해의 수렴성 검토단계에서 원통길이 $L=18m$ 이상에서 실용적인 측면에서 양호한 결과를 얻을 수 있는 것을 알 수 있었다.

3.2.2 다층원통쉘 1층~∞층에서 원통쉘은 3층 이하에서는 층두께로 인한 응력변화로 인하여 실용적으로 활용한다면 3층 이상의 원통쉘을 사용하는 것이 바람직하며, 층두께가 적을수록 (50 mm~100mm)정도에서 최적인 상태를 나타내었다.

감사의 글

본 연구는 2015년 인천대학교 전산구조 연구실에서 이루어진 것으로, 본 연구를 가능케한 학교당국에 감사드립니다.

참고문헌

Brown, T.G. and Ghali, A. (1978), “Finite strip analysis of quadrilateral plates in bending”, *J. Eng. Mech. Div., Proc. of ASCE*, vol. 104, pp. 481-484.

Bucco, D., Mazumdar, J. and Sved, G. (1979), “application of the finite strip method combined with the deflection contour method to plate bending problems”, *Comput. and Struct.*, vol. 10, pp.827-830.

Cheung, Y.K.: Finite strip method analysis of elastic slabs. J. of Eng. Mech. Div., Proc. of ASCE, vol. 94, pp. 1365-1378, 1968.