무게중심좌표계에 의한 공간벡터 PWM의 간단한 구현방법

최남섭[1], 이은철[2]
전남대학교[1], (주)윌링스[2]

Simple Implementation of Space Vector PWM using Barycentric Coordinates

Nam Sup Choi[1], Eun Chul Lee[2]
Chonnam National University[1], Willings Co., LTd[2]

ABSTRACT

본 논문에서는 무게중심좌표계에 의한 공간벡터 PWM의 간단한 구현방법을 제안한다. 무게중심좌표계를 사용하면 듀티비를 계산할 때 SIN, COS의 함수계산없이 단순한 사칙연산만을 사용하고 기준벡터가 속한 섹터에 따라 서로 다른 듀티비를 정하는 식을 유도할 필요가 없으며 듀티비가 어떻게 정해지는지에 대한 직관적인 이해를 할 수 있다. 본 논문에서는 무게중심좌표계에서 공간벡터 PWM의 듀티비를 정하는 원리에 대하여 설명한다.

1. 서론

공간벡터(space vector) PWM은 전력전자 컨버터의 PWM 제어에 널리 사용되는 제어방법이다[1],[2]. 공간벡터 PWM의 기본 원리는 컨버터가 발생할 수 있는 적어도 3개 이상의 출력전압 벡터를 사용하여 스위칭 주기 평균적으로 기준전압을 합성하는 것이다. 이 경우 각 벡터의 듀티비의 계산과정에 sin, cos의 삼각함수를 사용하여 계산하고 동시에 현재 어떤 섹터에 기준벡터가 존재하는가에 따라 계산식이 섹터마다 달라지게 된다.

그런데 만일 저가, 저성능의 DSP나 마이크로프로세서를 사용하는 경우 공간벡터 PWM을 위한 듀티비의 계산에 많은 CPU 자원이 사용되며 구현에 어려움이 있을 수 있다.

본 논문에서는 무게중심좌표계에 의한 단순한 사칙연산만으로 공간벡터 PWM을 구현하는 단순한 방법을 제안한다.

2. 수학적 기초

2.1 무게중심좌표의 수학적 정의

무게중심좌표(barycentric coordinates)는 19세기 수학자 뫼비우스(Möbius)에 의해 처음 고안되었다. 주어진 삼각형 ΔABC가 있을 때 그림 1과 같이 점 X가 ΔABC의 내부에 있는 경우 면적비 $|\Delta XBC| : |\Delta XCA| : |\Delta XAB| = \alpha : \beta : \gamma$ 를 점 X의 ΔABC의 무게중심좌표라고 정의한다[3].

무게중심좌표를 사용하면 꼭지점 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $B(\vec{c})$를 벡터로 보았을 때 임의의 점 $X(\vec{x})$를 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$로 나타낼 수 있다. 즉

$$\vec{x} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\vec{a} + \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\vec{b} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\vec{c} \tag{1}$$

한편, 평면내의 3점 $V_1(x_1, y_1)$, $V_2(x_2, y_2)$, $V_3(x_3, y_3)$로 구성된 임의의 삼각형의 면적 S는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \tag{2}$$

단 여기서 V_1, V_2, V_3는 그림 2와 같이 시계방향으로 배치된 경우이다.

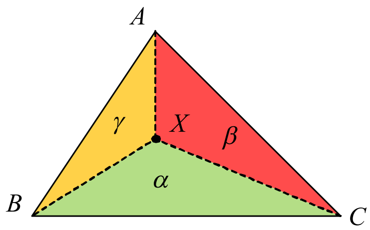

그림 1. 무게중심좌표

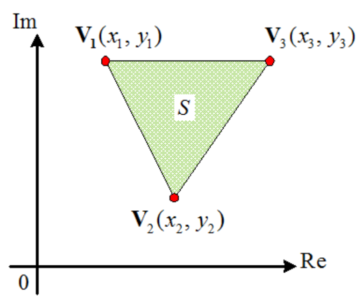

그림 2. 3점으로 구성된 삼각형의 면적

2.2 벡터의 선형조합

3개 벡터의 선형조합(linear combination)으로 만들 수 있는 벡터는 3개 벡터가 만드는 삼각형 내부영역에 속하는 벡터이다.

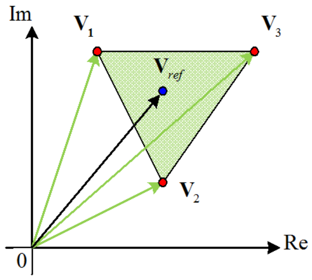

그림 3. 3개 벡터로 표현할 수 있는 삼각형 내부의 벡터

3. 듀티비 계산에 대한 새로운 기하학적 접근

3.1 공간벡터 PWM에서 듀티비의 계산식

공간벡터 PWM은 3개의 벡터 V_1, V_2, V_3를 사용하여 기준벡터 V_{ref}를 합성하는 문제로 정형화 된다. 즉,

$$V_{ref} = d_1 V_1 + d_2 V_2 + d_3 V_3 \tag{3}$$

여기서 d_1, d_2, d_3는 각 벡터의 듀티비(duty ratio)이며 $d_1, d_2, d_3 \in [0,1]$, $d_1 + d_2 + d_3 = 1$이다.

직각좌표계에서 기준벡터 $\mathbf{V_{ref}} = V_{refx} + jV_{refy}$, 3개의 임의의 벡터 $\mathbf{V_1} = V_{1x} + jV_{1y}$, $\mathbf{V_2} = V_{2x} + jV_{2y}$, $\mathbf{V_3} = V_{3x} + jV_{3y}$라고 할 때 식 (3)은 다음과 같다.

$$V_{refx} + jV_{refy} = d_1(V_{1x} + jV_{1y}) + d_2(V_{2x} + jV_{2y}) + d_3(V_{3x} + jV_{3y}) \tag{4}$$

따라서 식 (4)와 $d_1 + d_2 + d_3 = 1$로부터 d_1, d_2, d_3를 구하기 위한 행렬식을 구한다.

$$\begin{bmatrix} V_{1x} & V_{2x} & V_{3x} \\ V_{1y} & V_{2y} & V_{3x} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{refx} \\ V_{refy} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

그러므로, 각 벡터의 듀티비는 다음과 같이 구해진다.

$$d_1 = \frac{M_1}{M}, \quad d_2 = \frac{M_2}{M}, \quad d_3 = \frac{M_3}{M} \tag{6}$$

여기서,

$$M = \begin{vmatrix} V_{1x} & V_{2x} & V_{3x} \\ V_{1y} & V_{2y} & V_{3y} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad M_1 = \begin{vmatrix} V_{refx} & V_{2x} & V_{3x} \\ V_{refy} & V_{2y} & V_{3y} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} V_{1x} & V_{refx} & V_{3x} \\ V_{1y} & V_{refy} & V_{3y} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} V_{1x} & V_{2x} & V_{refx} \\ V_{1y} & V_{2y} & V_{refy} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(7)

따라서 듀티비와 무게중심좌표계는 식 (2), (6), (7)의 관계식으로부터 다음과 같은 관계가 있음을 알 수 있다.

$$d_1 = \frac{S_1}{S}, \quad d_2 = \frac{S_2}{S}, \quad d_3 = \frac{S_3}{S} \tag{6}$$

여기서 S는 $\triangle(V_1 V_2 V_3)$의 면적, S_1은 $\triangle(V_{ref} V_2 V_3)$의 면적, S_2는 $\triangle(V_{ref} V_3 V_1)$의 면적, S_3는 $\triangle(V_{ref} V_1 V_2)$의 면적이다. 이러한 듀티비와 무게중심좌표계의 관계는 그림 4에 나타내져 있다.

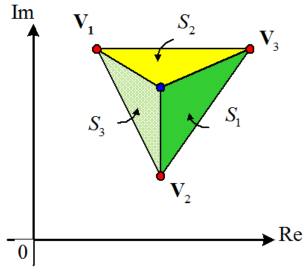

그림 4 듀티비의 결정과 무게중심좌표계

3.2 무게중심좌표계로 계산한 듀티비의 장점

무게중심좌표계를 사용하면 다음과 같은 장점이 있다.

(1) 듀티비를 계산할 때 SIN, COS의 함수계산없이 단순한 행렬식 계산만으로 구할 수 있으므로 계산량이 줄어든다.

(2) 다수의 공간벡터를 갖는 멀티레벨 인버터/컨버터에 적용하기 쉽다.

(3) 기준벡터가 속한 섹터에 따라 서로 다른 듀티비를 정하는 식을 유도할 필요가 없이 기준벡터가 어떤 섹터에 있던지 동일한 식으로 듀티비를 표현할 수 있다.

(4) 무게중심좌표계의 좌표값은 면적으로 표시되므로 듀티비가 어떻게 정해지는지에 대한 직관적인 이해를 할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 무게중심좌표계에 의한 공간벡터 PWM의 간단한 구현방법을 제안한다. 본 논문에서는 무게중심좌표계에서 공간벡터 PWM의 듀티비를 정하는 원리에 대하여 설명한다. 무게중심좌표는 비디오의 3원색에 의한 색구현, 3D 영상처리 등에 이미 응용되고 있다. 전력전자분야에는 저사양의 DSP에서 계산량 저감을 위하여 적용이 가능하다.

이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 결과물의 일부임(No. NRF 2013R1A1A4A01012606)

참 고 문 헌

[1] Semail E. and Rombaut C., "New method to calculate the conduction durations of the switches in a n leg 2 level voltage source inverter", Conference Record on EPE 2004, Graz 2004.

[2] M. C. Cavalcanti, A. M. Farias, K. C. Oliveira, F. A. S. Neves and J. L. Afonso, "FPGA Implementation of a General Space Vector Approach on a 6 Leg Voltage Source Inverter", Conference Record on IECON 2011,. 2011.

[3] Tondeur, Barycentric Representation for the Incenter and Excenters of a Triangle, Amer. Math. Monthly 94 vol. 10, pp. 975 976, 1987.