

다중 자율이동로봇 응용을 위한 스트랩다운형 피동 측위 센서 설계

서의석, 정영광, 김은총, 나원상
 한동대학교 기계제어공학부, 한동대학교 기계제어공학과

Strapdown Passive Localization Sensor Design for Multi-robot Applications

Ui-Suk Suh, Young-Kwang Jung, Eun-Chong Kim, Won-Sang Ra
 School of Mechanical and Control Engineering, Handong Global University

Abstract - 본 논문에서는 초음파 수신기 어레이 및 아날로그 신호처리부로 구성된 스트랩다운 측위센서를 이용하여 특정 위치에 장착되어 있는 송신기와 로봇 간 상대위치를 측정할 수 있는 새로운 형태의 자율주행로봇 보조항법 시스템을 제안한다. 이를 이용하여 상태변수 간의 기하학적 상관관계를 활용하여 십자형으로 배열된 다중센서 기반 피동 위치추정 필터 구현에 사용되는 설계변수의 불완전성을 보상하는 방법을 제안한다. 모의실험을 통해 제안한 방법의 유용성을 검증한다.

1. 서론

자율이동 로봇의 유도 및 제어에 사용되는 위치정보를 획득하기 위해 지금까지 다양한 형태의 항법 센서가 제안되어 왔다. 실외환경에서 로봇의 절대 위치를 측정하기 위한 센서로는 GPS가 일반적으로 사용된다. GPS는 사용이 간편하고 측정오차의 크기가 제한되어 있어 보조항법 센서로 사용이 널리 증가하는 추세이다. 불행하게도, 달 탐사로봇은 GPS를 활용할 수 없으므로 이를 대체할 만한 별도의 항법용 센서 개발이 필요하다.

기존 보조항법 센서는 대부분 여러 개의 송수신기로부터 획득된 능동 의사거리 측정치를 이용하여 이동로봇의 위치를 산출하는 방식을 취하고 있다. 하지만, 의사거리 측정 방식의 보조항법 센서는 복잡한 구조로 인해 제한된 공간에서의 센서 배치문제 및 센서 간 통신지연에 따른 성능저하 문제를 야기할 수 있다.

본 논문에서는 언급한 문제점을 해결하기 위해 초음파 수신기를 십자형으로 배열한 스트랩다운형 센서 기반의 피동 측위센서를 제안한다. 이를 이용하여 상태변수 간의 기하학적 상관관계로부터 피동 위치추정 필터 구현에 사용되는 설계변수의 불완전성을 추정 및 보상하는 방법을 제안한다. 제약 강인 가중 최소자승(CRWLS: Constrained Robust Weighted Least Squares) 위치 추정 알고리즘을 적용하여 로봇 동체좌표계에서 송신기와의 상대위치를 산출한다. 제안된 보조항법 시스템은 하드웨어 구조가 단순하고 저가로 구현할 수 있어 다중 자율이동로봇을 운용하는 상황에 능동적으로 대처할 수 있다는 장점이 있다.

2. 스트랩다운형 센서 기반 제약 강인 피동 위치추정 필터 설계

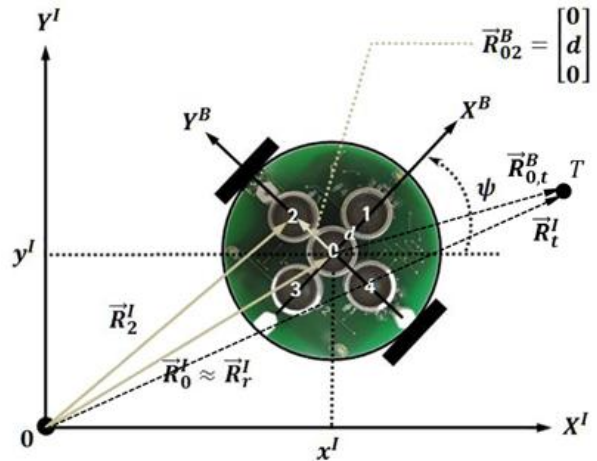
2.1 피동 보조항법 센서

단일 송신기와 자율이동로봇 간 위치추정 문제를 정의하기 위해 도입되는 좌표계는 그림 1과 같다. 사용된 변수들의 정의는 다음과 같다.

- (X_I, Y_I, Z_I) 관성좌표계
- (X_B, Y_B, Z_B) 로봇 동체 좌표계
- (x_t, y_t, z_t) 송신기의 x, y 그리고 z 위치
- \vec{R}_0^I 기준 수신기의 관성좌표계 위치벡터
- \vec{R}_j^I j 번째 수신기의 관성좌표계 위치벡터
- \vec{R}_t^I 송신기의 관성좌표계 위치벡터
- $\vec{R}_{j,0}^B$ 송신기에 대한 기준 수신기의 동체좌표계 위치벡터
- ψ 로봇의 조향각
- N 총 수신기 수 ($N=4$)

관성좌표계-동체좌표계간 좌표변환행렬 C_I^B 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_I^B = R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



〈그림 1〉 스트랩다운형 보조항법 센서 좌표계 정의

로봇 동체에 장착된 보조항법 센서는 5개의 십자형으로 배열된 수신기로 구성되어 있으며, 각 수신기는 중앙의 기준 수신기로부터 d 만큼 떨어져 있다. 기준 수신기의 관성좌표계 위치벡터를 $\vec{R}_0^I = [x \ y \ 0]^T$ 로 정의하면 기준 수신기에 대한 j 번째 수신기의 동체좌표계 상대 위치벡터 $\vec{R}_{j,0}^B = C_I^B(\vec{R}_j^I - \vec{R}_0^I)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{R}_{1,0}^B = \begin{bmatrix} d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{R}_{2,0}^B = \begin{bmatrix} 0 \\ d \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{R}_{3,0}^B = \begin{bmatrix} -d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{R}_{4,0}^B = \begin{bmatrix} 0 \\ -d \\ 0 \end{bmatrix}$$

송신기의 관성좌표계 위치벡터를 $\vec{R}_t^I = [x_t \ y_t \ z_t]^T$ 로 정의하면, 로봇과 송신기 간 동체좌표계 상대 위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{R}_{t,0}^B = \begin{bmatrix} \Delta x^B \\ \Delta y^B \\ z_t \end{bmatrix} = C_I^B(\vec{R}_t^I - \vec{R}_0^I) = \begin{bmatrix} (x_t - x)\cos\psi + (y_t - y)\sin\psi \\ -(x_t - x)\sin\psi + (y_t - y)\cos\psi \\ z_t \end{bmatrix} \quad (2)$$

기준 수신기로부터 j 번째 수신기에서 산출된 거리 차 정보 r_j 는 다음과 같이 정의된다.

$$r_j \equiv d_{t,j} - d_{t,0} \quad (3)$$

여기서 $d_{t,j} = \|\vec{R}_{t,j}^B\|$ 는 j 번째 수신기로부터 송신기까지의 거리, $d_{t,0} = \|\vec{R}_{t,0}^B\|$ 는 기준 수신기로부터 송신기까지의 거리이다.

식 (2) 및 식 (3)에서 확인할 수 있듯이 거리 차 정보는 송신기 위치와 비선형 관계식을 갖는다. 따라서 거리 차 측정치를 직접 사용하는 경우, 다중센서 기반 피동 위치추정 문제는 비선형 필터링 문제로 정의될 수 있다. 선형 상태추정 이론 관점에서 다중센서 기반 피동 위치추정 문제를 해결하기 위해서는 거리 차 정보를 송신기의 상태변수에 관한 선형 함수로 기술할 수 있어야 한다. 이를 위해, 식 (3)의 양변을 제곱한 후 식 (2)를 대입하여 정리하면 다음의 선형 관계식을 유도할 수 있다.

$$r_j^2 - d_{j,0}^2 = -2[\vec{R}_{j,0}^B(x) \ \vec{R}_{j,0}^B(y) \ r_j]X \quad (4)$$

여기서

$$X = [\Delta x^B \ \Delta y^B \ d_{t,0}]^T$$

일반적으로 j 번째 센서의 거리 차 측정치 \tilde{r}_j 에는 측정잡음 δr_j 가 포함되어 있다. 즉,

$$\tilde{r}_j = r_j + \delta r_j \quad (5)$$

위 식에서 δr_j 는 다음 통계적 특성을 만족하는 것으로 가정한다.

$$E\{\delta r_j\} = 0, \quad cov\{\delta r_j, \delta r_j\} = \sigma_{r_j}^2, \quad j = 0 \sim N \quad (6)$$

이제, 거리 차 측정치 (5)를 유도한 선형 관계식 (4)에 대입하여 정리하면, 다음과 같은 선형 불확정 회귀방정식을 얻을 수 있다.

$$\tilde{r}_j^2 - d_{j,0}^2 - \sigma_{r_j}^2 = -2 \left[\tilde{R}_{j,0}^B(x) \tilde{R}_{j,0}^B(y) \tilde{r}_j - \delta r_j \right] X + v_j \quad (7)$$

$$v_j = 2\tilde{r}_j \delta r_j - \delta r_j^2 - \sigma_{r_j}^2 \quad (8)$$

j 번째 센서에 대해 불확정 선형 회귀방정식 (7)이 모두 만족되므로, 회귀방정식들을 종합하면 k 시점에서 다음과 같은 불확정 선형 측정방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{y}_k = H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k = [\tilde{H}_k - \Delta H_k] \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (9)$$

위의 식에서 상태벡터 \mathbf{x} , 측정치 벡터 \mathbf{y} , 측정잡음 벡터 \mathbf{v} 및 관련 행렬들은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{x} = [\Delta x^B \ \Delta y^B \ d_{i,0}]^T, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \tilde{r}_j^2 - d_{j,0}^2 - \sigma_{r_j}^2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \vdots \\ v_j \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$H = -2 \begin{bmatrix} \vdots \\ \tilde{R}_{j,0}^B(x) \tilde{R}_{j,0}^B(y) r_j \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \tilde{H} = -2 \begin{bmatrix} \vdots \\ \tilde{R}_{j,0}^B(x) \tilde{R}_{j,0}^B(y) \tilde{r}_j \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\Delta H = -2 \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \quad 0 \quad \delta r_j \\ \vdots \end{bmatrix}$$

불확정 선형 측정방정식 (9)에서 \tilde{H}_k 는 거리차 측정치를 이용하여 구성된 측정행렬의 관측치이며, 실제 상황에서는 알 수 없는 측정행렬의 참값 H_k 및 통계적 파라미터 불확실성 ΔH_k 와 $\tilde{H}_k = H_k + \Delta H_k$ 의 관계를 갖는다. 식 (6) 및 식 (7)을 이용하여 \mathbf{v}_k 와 ΔH_k 에 관한 통계적 특성을 유도할 수 있다.

$$E\{\mathbf{v}_k\} = \mathbf{0}^{4 \times 1}, \quad E\{\Delta H_k\} = \mathbf{0}^{4 \times 3}$$

$$R_k \equiv var\{\mathbf{v}_k\} = diag\left[\dots 2\sigma_{r_j}^2(2r_j^2 + \sigma_{r_j}^2) \dots\right] \quad (10)$$

$$W_k \equiv E\{\Delta H_k^T R_k^{-1} \Delta H_k\} = diag\left[0 \ 0 \ \sum_{j=1}^N \frac{2}{(2r_j^2 + \sigma_{r_j}^2)}\right]$$

$$V_k \equiv E\{\Delta H_k^T R_k^{-1} \mathbf{v}_k\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\sum_{j=1}^N \frac{2r_j}{(2r_j^2 + \sigma_{r_j}^2)} \end{bmatrix}^T$$

이때, 십자형으로 배열된 수신기의 배치 특성을 고려하면, 설계 변수 중 하나인 $V_k \approx \mathbf{0}$ 으로 근사 가능하다.

2.2 제약 강인 피동 위치추정 필터 설계

송신기와 센서 간의 기하가 일정하게 유지된다면 상태전이행렬은 단위행렬로 기술된다. 그러므로 불확정 선형 측정방정식 (9)로부터 다중센서 기반 피동 위치추정 문제는 불확정 선형 시스템 Σ_Δ 에 대한 강인 상태추정 문제로 귀결됨을 알 수 있다.

$$\Sigma_\Delta : \begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y}_k = [\tilde{H}_k - \Delta H_k] \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (11)$$

RWLS의 식은 다음과 같다.

$$P_k \equiv \left(\sum_{i=0}^k \tilde{H}_i^T R_i^{-1} \tilde{H}_i - k W \right)^{-1}, \quad \hat{\mathbf{x}}_k = P_k \sum_{i=0}^k \tilde{H}_i^T R_i^{-1} \mathbf{y}_i \quad (12)$$

위의 식 (12)에 사용된 설계변수 W 는 거리차 측정오차의 분산을 이용하여 계산 가능하다. 설계변수 W 의 값이 정확히 설정되는 경우, RWLS 추정치는 매우 관점에서 볼 때 최적칼만필터 추정치로 거의 확실히 수렴하는 것으로 알려져 있다. 하지만, 거리차 측정오차의 통계적 속성에 관한 사전정보가 불확실한 경우, 의도치 않은 추정오차가 유발될 수 있으므로 이에 대한 대처방안을 고려할 필요가 있다.

앞서 계산한바 대로, j 번째 센서로부터 측정된 거리 차 측정치의 잡음 δr_j 이 서로 비상관이라면, 설계 파라미터 W 는 식 (10)과 같이 거리차 측정오차의 분산에 의해 그 값이 결정되며, 편의상 이를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w \end{bmatrix}, \quad w = \sum_{j=1}^N \frac{2E\{\delta r_j^2\}}{R_j} = \sum_{j=1}^N \frac{2\sigma_{r_j}^2}{R_j} \quad (13)$$

식 (13)의 형태로부터, 행렬 W 는 (3,3) 성분 이외에는 모든 성분이 0인 희소행렬(sparse matrix)이므로, 부정확한 설계변수 W 와 이상적인 설계변수 W^o 간에 다음과 같은 관계가 존재한다고 가정해도 무방하다.

$$W = \frac{1}{1+\gamma} W^o \quad (14)$$

여기서 γ 는 W 의 불완전성을 모델링하기 위해 도입된 미지 상수이다. 이상적인 설계 파라미터 W^o 를 이용하여 계산된 필터 추정치 $\hat{\mathbf{x}}_k^o$ 는 다음과 같다.

$$P_k^o \equiv \left(\sum_{i=0}^k \tilde{H}_i^T R_i^{-1} \tilde{H}_i - k W^o \right)^{-1}, \quad \hat{\mathbf{x}}_k^o = P_k^o \sum_{i=0}^k \tilde{H}_i^T R_i^{-1} \mathbf{y}_i \quad (15)$$

식 (14)를 식 (15)에 대입하여 정리하면, 이상적인 설계 파라미터 W^o 를 사용하여 계산된 추정치 $\hat{\mathbf{x}}^o$ 를 불완전한 설계 파라미터 W 와 이를 사용하여 계산된 추정치 $\hat{\mathbf{x}}$ 의 함수로 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = (I - \gamma k P_k W)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_k^o \quad (16)$$

한편, 식 (9)의 상태변수 \mathbf{x} 의 정의로부터 다음 등식(hard constraint)이 만족됨을 알 수 있다

$$(\Delta x^B)^2 + (\Delta y^B)^2 - d_{i,0}^2 + z_i^2 = 0 \rightarrow \mathbf{x}^T M \mathbf{x} + z_i^2 = 0 \quad (17)$$

여기서

$$M \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

식 (17)은 상태변수간의 기하학적 상관관계로부터 도출된 식이며 이로부터 설계변수 W 의 불완전성을 보상하기 위한 파라미터 γ 를 산출할 수 있다.

증명. 식 (16)의 추정치 $\hat{\mathbf{x}}^o$ 을 기하학적 제약조건 (17)에 대입하여 정리한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k^T (I - \gamma k P_k W)^{-T} M (I - \gamma k P_k W)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_k^o = 0 \quad (19)$$

행렬 $(I - \gamma k P W)$ 를 대각화하면,

$$I - \gamma k P_k W = V D V^{-1} \quad (20)$$

여기서

$$P_k = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ * & p_{22} & p_{23} \\ * & * & p_{33} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_{13}/p_{33} \\ 0 & 1 & p_{23}/p_{33} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \gamma k w p_{33} \end{bmatrix}$$

위의 식에서 대각행렬 D 의 역행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$D^{-1} = I + \frac{\gamma k}{|D|} \frac{1}{w} W P_k W^T, \quad |D| = 1 - \gamma k w p_{33} \quad (21)$$

$\lambda \equiv \frac{\gamma k}{|D|}$ 로 정의하면, 식 (16)으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$(I - \gamma k P_k W)^{-1} = V D^{-1} V^{-1} = I + \lambda P_k W \quad (22)$$

이제 식 (22)을 식 (19)에 대입하여 정리하면, 다음과 같이 λ 에 대한 2차 방정식을 얻을 수 있다.

$$c(\lambda) \equiv \hat{\mathbf{x}}_k^T (I + \lambda P_k W)^T M (I + \lambda P_k W) \hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{j=0}^2 c_j \lambda^j = 0 \quad (23)$$

즉,

$$c_0 \equiv \hat{\mathbf{x}}^T M \hat{\mathbf{x}} = \hat{x}_1^2 + \hat{x}_2^2 - \hat{x}_3^2,$$

$$c_1 \equiv \hat{\mathbf{x}}^T (W P_k M + M P_k W) \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & p_{13} \\ 0 & 0 & p_{23} \\ p_{13} p_{23} - 2p_{33} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

$$c_2 \equiv \hat{\mathbf{x}}^T (W P_k M P_k W) \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{w}^2 \hat{\mathbf{x}}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{13}^2 + p_{23}^2 - p_{33}^2 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

3. 결 론

본 논문에서는 스트랩다운 형태의 보조항법 측위센서를 이용한 새로운 자율 주행로봇의 위치추정기법을 제안하였다. 특정 위치에 장착되어 있는 송신기와 로봇 간 상대위치를 측정하고 이들 간의 기하학적 상관관계를 활용하여 제약 강인 피동 위치추정 필터를 설계하였다. 피동 위치추정 필터 구현에 사용되는 설계변수의 불완전성을 추정 및 보상하는 방법을 적용하여 보조항법 센서로부터 측정된 상대위치 측정치를 간헐적으로 로봇에 제공하였다.

[참고 문헌]

- [1] 서의석, 신나리, 이강호, 나원상, "스트랩다운형 피동 보조항법 센서를 이용한 실내 자율 주행로봇 자가항법", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp. 1633-1634, 2013.
- [2] W.S Ra, I.H. Whang, J.B. Park, "Non-conservative robust Kalman filtering using a noise corrupted measurement matrix", IET Control Theory Appl, Vol. 3, pp. 1226-1236, 2009