

세그웨이를 위한 낮은 복잡도를 갖는 제어기의 설계

김병우*, 황성조*, 박봉석*
조선대*

A low-complexity controller design for Segway

Byung-Woo Kim*, Sung-Jo Hwang*, Bong Seok Park*
Chosun University*

Abstract - In this paper, we propose a low-complexity control scheme for segway. To design the controller, we use the prescribed performance function and analyze the stability of the proposed control system using the Lyapunov stability theorem. By prescribed performance function, we can adjust the transient and steady-state response. Finally, the simulation results are provided to illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

1. 서 론

최근 일인용 이동수단으로 세그웨이는 친환경적이며 에너지를 절약 할 수 있기 때문에 지속적인 연구, 개발을 통해 실내 및 실외 이동수단으로 개발 되고 있다. 또한, 레저, 국제공항, 산업현장, 경찰 및 군용으로까지 그 사용범위가 확장 가능하다[1].

세그웨이의 구동원리는 밸런싱 로봇과 유사하며 이에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다. 밸런싱 로봇이란, 역진자 운동 형태의 몸체에 기울기를 측정하는 센서를 달아 몸체에 달린 두 바퀴를 통해 균형을 제어하는 로봇이다. 이와 비슷한 원리로 세그웨이는 밸런싱 로봇의 몸체 대신 사람이 설 수 있는 발판을 갖는 몸체와 이를 지탱하는 두 개의 바퀴로 이루어져 있다.

세그웨이를 제어하기 위해 여러 제어기가 제안 되었다. 대표적인 선형제어기로는 PID제어기, LQR제어기[3]를 사용한다. 그러나 선형제어기는 비선형구간을 선형화를 하였기 때문에 그에 따른 오차가 발생하고, 좁은 작동구간 때문에 제어하기가 쉽지 않다. 특히 모델의 정확성이 높아야하는 LQR 제어기를 적용시키기에 부적합하다. 이러한 이유로 비선형성이 강한 세그웨이 모델을 제어하기 위해 슬라이딩 모드 제어[4], 적응제어[5]와 같은 비선형제어에 대한 연구도 진행되고 있다. 하지만 비선형제어기는 선형제어기에 비해 설계가 어렵고 복잡한 단점이 있다. 따라서 최근 낮은 복잡도를 갖는 비선형제어기에 대한 연구가 제안되었다[6]. 본 논문에서는 [6]에서 제안한 제어기법을 세그웨이에 적용시켜 제어기를 설계하고 리야프노프 안정성 이론(Lyapunov Stability Theory)으로 안전성을 증명한다.

본 논문의 구성은 2장에서 세그웨이의 동역학을 라그랑지안을 통해 유도하고, 3장에서 낮은 복잡도를 갖는 제어기의 설계 및 리야프노프 안정성 이론을 통해 안정도를 증명한다. 4장에서 MATLAB을 통한 시뮬레이션 결과로 제어기의 성능을 확인하고 5장에서 결론을 맺는다.

2. 세그웨이 동역학

이 장에서는 세그웨이의 동역학 모델을 라그랑지안을 이용하여 다음과 같이 유도한다[2].

$$\ddot{\theta} = \frac{ml\dot{\theta}^2 \sin\theta \cos\theta - (M+m)g \sin\theta + F \cos\theta}{(m \cos^2\theta + M+m)l} \quad (1)$$

$$= f + bF$$

$$f = \frac{ml\dot{\theta}^2 \sin\theta \cos\theta - (M+m)g \sin\theta}{(m \cos^2\theta + M+m)l}$$

$$b = \frac{\cos\theta}{(m \cos^2\theta + M+m)l}$$

여기서 M 은 세그웨이 본체의 무게, m 은 탑승자의 무게, l 은 탑승자의 무게 중심과 본체와의 거리, θ 는 무게 중심이 기울어진 각도, F 는 제어입력이다. 위의 변수들은 알고 있는 값이기 때문에 f , b 에 대한 값도 알 수 있다.

제어기를 설계하기 위해 $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$ 라 정의하면 다음과 같은 상태 공간 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2)$$

$$\dot{x}_2 = f + bF \quad (3)$$

3. 제어기 설계 및 안정도 증명

3.1 제어기 설계

기준 값과 출력 값의 오차를 제한시키기 위해 정의된 성능 함수(Prescribed Performance Function)를 아래와 같이 선정한다. 식 (2), (3)에서 상태가 x_1 , x_2 이기 때문에 각 상태에 따른 ρ 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\rho_1(t) = (\rho_1(0) - \rho_1(\infty))e^{-L_1 t} + \rho_1(\infty) \quad (4)$$

$$\rho_2(t) = (\rho_2(0) - \rho_2(\infty))e^{-L_2 t} + \rho_2(\infty) \quad (5)$$

여기서 $\rho_1(0) > |x_1(0) - x_d(0)|$, $\rho_2(0) > |x_2(0) - u_1(0)|$ 는 ρ 함수의 초기값, L_1 , L_2 는 ρ 함수의 이득, $\rho_1(\infty)$, $\rho_2(\infty)$ 는 ρ 함수의 최종값, $u_1(0)$ 는 가상 제어입력의 초기값, x_d 는 제어 기준 값이며 상수이다. 가상 제어입력과 실제 제어입력은 아래와 같이 설계한다.

$$z_1(t) = \frac{x_1(t) - x_d(t)}{\rho_1(t)} \quad (6), \quad \epsilon_1(t) = \ln \frac{1+z_1(t)}{1-z_1(t)} \quad (7)$$

$$u_1(t) = -k_1 \epsilon_1(t) \quad (8), \quad z_2(t) = \frac{x_2(t) - u_1(t)}{\rho_2(t)} \quad (9)$$

$$\epsilon_2(t) = \ln \frac{1+z_2(t)}{1-z_2(t)} \quad (10), \quad F(t) = -\frac{k_2 \epsilon_2(t)}{b} \quad (11)$$

여기서 k_1 , k_2 는 양수이다.

3.2 안정도 증명

안정도 증명은 리야프노프 안정도 이론[7]으로 아래와 같이 증명한다. 다음과 같은 리야프노프 함수를 고려하자.

$$V_1 = \frac{1}{2} \epsilon_1^2 \quad (12)$$

식 (12)를 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = \epsilon_1 \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_1 \left[\frac{2}{(1-z_1^2)\rho_1} (\dot{x}_1 - \dot{x}_d - z_1 \dot{\rho}_1) \right] \quad (13)$$

식 (13)에 식 (2), (8), (9)를 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = \epsilon_1 \left[\frac{2}{(1-z_1^2)\rho_1} (-k_1 \epsilon_1 + z_2 \rho_2 - \dot{x}_d - z_1 \dot{\rho}_1) \right] \quad (14)$$

ρ_1 함수와 ρ_2 함수는 식 (4)와 식 (5)를 통해 바운드 되어 있음

을 알 수 있고, z_1 와 z_2 는 식 (7)과 식 (10)을 통해, $-1 \leq z_{1,2}(t) \leq 1$ 에 바운드 되어 있음을 알 수 있기 때문에, $|z_2 \rho_2 - \dot{x}_d - z_1 \dot{\rho}_1| \leq \eta_1$ 인 양수 η_1 이 존재한다.
따라서 식 (14)는 다음과 같이 유도된다.

$$\dot{V}_1 \leq \frac{2}{(1-z_1^2)\rho_1} (-k_1 |\epsilon_1|^2 + \eta_1 |\epsilon_1|) \quad (15)$$

$|\epsilon_1| > \frac{\eta_1}{k_1}$ 의 조건을 만족할 때 식 (15)가 $\dot{V}_1 \leq 0$ 이 될 수 있으므로 리아프노프 안정도의 이론에 따라 ϵ_1 는 바운드 된다.
 ϵ_2 에 대한 리아프노프 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$V_2 = \frac{1}{2} \epsilon_2^2 \quad (16)$$

식 (16)을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_2 = \epsilon_2 \dot{\epsilon}_2 = \epsilon_2 \left[\frac{2}{(1-z_2^2)\rho_2} (\dot{x}_2 - \dot{u}_1 - z_2 \dot{\rho}_2) \right] \quad (17)$$

식 (17)에 식 (3), (8), (11)을 대입하면,

$$\dot{V}_2 = \epsilon_2 \left[\frac{2}{(1-z_2^2)\rho_2} (-k_2 \epsilon_2 + f - k_1 \dot{\epsilon}_1 - z_2 \dot{\rho}_2) \right] \quad (18)$$

앞에서 ϵ_1 가 바운드 되어 있음을 증명하였기 때문에, $|f - k_1 \dot{\epsilon}_1 - z_2 \dot{\rho}_2| \leq \eta_2$ 인 양수 η_2 이 존재한다.
따라서 식 (18)은 다음과 같이 유도된다.

$$\dot{V}_2 \leq \frac{2}{(1-z_2^2)\rho_1} (-k_2 |\epsilon_2|^2 + \eta_2 |\epsilon_2|) \quad (19)$$

$|\epsilon_2| > \frac{\eta_2}{k_2}$ 의 조건을 만족할 때 식 (19)가 $\dot{V}_2 \leq 0$ 이 될 수 있으므로 리아프노프 안정도의 이론에 따라 ϵ_2 는 바운드 된다.

따라서 ϵ_1 과 ϵ_2 의 바운드를 증명함으로써 z_1 과 z_2 가 $[-1, 1]$ 구간에 존재함을 증명하고, $x_1 - x_d$ 가 $-z_1 \rho_1 \leq x_1 - x_d \leq z_1 \rho_1$ 범위 안에 있음을 증명하였다.

4. 시뮬레이션

이 장에서는 설계한 제어기를 MATLAB을 통해 모의실험을 하였다. $M=20, m=70, \ell=1, g=9.8, x(0)=20^\circ (0.349(\text{rad})), x_d=0^\circ, L_1=8, L_2=8, k_1=1, k_2=10, \rho_1(0)=\rho_2(0)=1, \rho_1(\infty)=0.1, \rho_2(\infty)=0.02$ 와 같이 변수를 정하여 모의실험을 하였다.

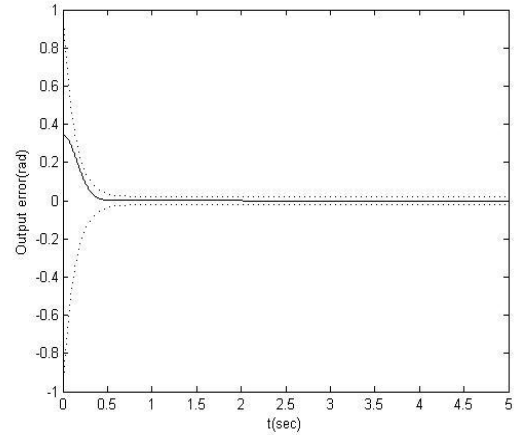
낮은 복잡도를 갖는 제어기의 제어성능은 그림 1과 같이 나타난다. $x_1 - x_d$ 값이 앞에서 정의한 ρ 함수의 범위 안에서 수렴하며, 오버슈트가 없고 정정시간이 약 0.5초를 갖는 제어성능의 결과를 볼 수 있다.

대표적인 선형제어기들과 비교를 위해 PID와 LQR제어기를 x_d 에서 선형화하여 설계한 후 모의실험 해본 결과 그림 2와 같은 결과를 보였다.

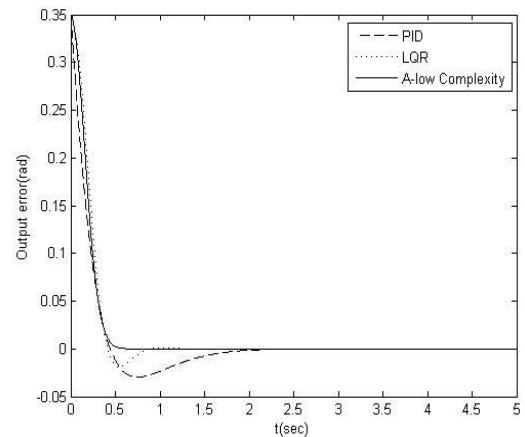
선형제어기들과 비교하여 낮은 복잡도를 갖는 제어기가 정정시간이 짧고, 오버슈트가 없는 좋은 제어성능을 보인 결과를 살펴 볼 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서 세그웨이를 제어하기 위해 정의된 성능 함수를 이용하여 낮은 복잡도를 갖는 제어기를 설계하였다. 일반적인 비선형 제어기와 달리 제어기의 형태가 상당히 간단하며, 모의실험을 통해 선형 제어기들에 비해서도 성능이 우수함을 보였다.



<그림 1> 낮은 복잡도를 갖는 제어기 시뮬레이션 결과
(실 선 : $x_1 - x_d$, 점 선 : ρ 함수)



<그림 2> 선형제어기(PID, LQR)와 제어성능 비교

[참 고 문 헌]

- [1] Segway, <http://www.segway.com>
- [2] Saeed B. Niku, Introduction to Robotics, Analysis, Control, Applications, Jhon Wiley&Sons, 2nd Edition, 2011.
- [3] Liang Sun, Jiafei Gan, "Researching of Two-Wheeled Self-Balancing Robot Base On LQR Combined With PID" Intelligent Systems and Applications, pp. 1-5, 2010
- [4] Jian Huang, Zhi-Hong Guan, Takayuki Matsuno, Toshio Funkuda, Kosuke Sekiyama "Sliding-Mode Velocity Control of Mobile-Wheeled Inverted-Pendulum Systems" IEEE Transactions on Robotics, Vol. 26, pp. 750-758, 2010
- [5] Xiaogang Ruan, Mingxiao Ding, Daoxiong Gong, Junfei Qiao "On-line Adaptive control for inverted pendulum balancing based on feedback-error-learning" Neurocom-puting, Vol. 70, pp. 770-776, 2007
- [6] Charalampos P. Bechlioulis, George A. Rovithakis, "A low-complexity global approximation-free control scheme with prescribed performance for unknown pure feedback systems," Automatica, Vol 50, pp. 1217-1226, 2014.
- [7] Jean-Jacques E. Slotine, Weiping Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall International, 1991.