

인접한 두 로터가 고장난 경우에 대한 쿼드로터의 고장허용제어

황남웅*, 박진배*

연세대학교 전기전자공학부*

Fault Tolerant Control of a Quadrotor despite the Complete Loss of Adjacent Two Rotors

Nam Eung Hwang*, Jin Bae Park*

Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University*

Abstract - 본 논문은 무인항공기의 한 종류인 쿼드로터의 고장허용 제어를 제안한다. 라그랑지안 방정식을 이용하여 쿼드로터를 모델링하고 인접한 두 로터가 작동하지 않는 경우에 쿼드로터에 작용하는 힘을 고려한다. 두 로터가 작동하지 않는 경우에 몸체의 평형을 유지하기 위한 고장허용 제어를 제안하고, 리아프노프 정리에 입각하여 제안한 제어를 입력한 경우 쿼드로터가 점진적으로 안정하게 되는 것을 보인다. 두 로터가 작동하지 않는 쿼드로터에 제안한 제어를 입력하여 모의실험을 시행하고, 이를 통해 제어기의 우수성을 입증한다.

1. 서 론

최근 무인항공기의 자율비행에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 무인항공기(Unmanned Aerial Vehicle)란 조종사가 탑승하지 않고 지정된 임무를 수행할 수 있도록 제작한 비행체이다. 쿼드로터는 소형 무인항공기 중 하나로, 구조적으로 뛰어난 내침성을 갖추고 있어서 제작이 용이하고, 수직이·착륙(Vertical Take-Off Landing)이 가능하다는 장점이 있다. 이러한 장점 때문에 전세계에서 쿼드로터에 대한 관심이 많아지고, 쿼드로터에 대한 연구가 많이 진행되어 여러 분야에서 활용하고 있다. 활용분야가 점차 넓어지면서 쿼드로터에 대한 안정성 문제가 대두되고 있다. 비행하는 도중 센서나 소자, 또는 로터가 동작하지 않는 등의 경우에 쿼드로터 시스템이 불안정(Unstable)해지고, 이로 인한 2차 피해가 발생할 수 있다. 피해를 줄이기 위해서는 이러한 문제가 발생했을 때에도 쿼드로터 시스템의 안정성을 유지해주는 고장허용 제어를 설계할 필요가 있다.

Mueller와 D'Andrea는 1개, 2개, 또는 3개의 프로펠러를 손실한 각각의 경우에 대해서 쿼드로터를 안정(Stable)하게 제어하기 위한 주기적인 해가 존재하는지 검토하여 쿼드로터의 제어 가능성에 대해 고찰하였다 [1]. 또 Sharifi는 로터 하나가 다른 로터에 비해 회전속도가 떨어지지만 멈추지 않는 경우 이 로터를 고도제어에만 사용하여 롤(roll)과 피치(pitch), 그리고 고도를 제어하는 슬라이딩 모드(Sliding Mode) 제어를 제안하였다[2]. 더 나아가 Freddi는 로터 하나가 완전히 회전을 멈춘 경우에 롤과 피치, 그리고 고도를 제어하기 위한 이중루프 피드백 제어를 제안하였다[3]. 로터가 회전하지 않는 경우 프로펠러의 회전에 의해서 생기는 토크가 없다는 점에서 프로펠러를 손실한 경우와 같지만, 프로펠러를 손실한 경우에는 쿼드로터의 관성 모멘트 값과 무게중심의 위치가 바뀌는 반면 로터가 고장난 경우에는 이 값이 변하지 않는다. 이러한 차이점을 고려하였을 때, 기존의 논문들은 로터 하나가 회전하지 않는 경우 쿼드로터의 시스템을 안정하게 하고 롤, 피치, 그리고 고도를 제어할 수 있지만 인접한 두 로터가 회전하지 않는 경우 쿼드로터 시스템을 안정하게 만드는 고장허용 제어기는 아직 제안되지 않았다.

본 논문에서는 쿼드로터의 인접한 로터 2개가 완전히 작동하지 않는 경우에 대한 고장허용 제어를 제안한다. 라그랑지안 방정식을 이용하여 쿼드로터를 모델링하고, 인접한 두 로터가 회전하지 않을 때 쿼드로터에 작용하는 힘을 고려하여 몸체가 평형을 유지하도록 하는 고장허용 제어기 모델을 제안한다. 제어기를 입력하였을 때 리아프노프(Lyapunov) 이론에 입각하여 쿼드로터가 안정해지는지 확인하고, 모의실험을 시행하여 제안한 고장허용 제어기의 성능을 확인하고 우수성을 검증한다.

2. 본 론

2.1 인접한 두 로터가 작동하지 않는 쿼드로터의 모델링

쿼드로터는 관성 좌표계에서 표현된 쿼드로터 무게중심의 좌표 (x, y, z) 와 몸체 고정 좌표계에서 표현된 오일러각 (ϕ, θ, ψ) 에 대한 6축을 제어해야 한다. 쿼드로터의 일반화된 좌표계(generalized coordinate)는 다음과 같이 q 로 표현할 수 있다.

$$q = (x, y, z, \phi, \theta, \psi) \in \mathbf{R}^6$$

여기서 $\xi = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ 는 관성계에 대한 쿼드로터 무게중심의 위치 벡터, $\eta = (\phi, \theta, \psi) \in \mathbf{R}^3$ 는 쿼드로터의 오일러각을 나타낸다. 쿼드로터의 동적 방정식을 구하기 위해서 라그랑지안 방정식(Lagrangian)을 다음과 같이 설정한다.

$$L(q, \dot{q}) = T_{trans} + T_{rot} - U$$

여기서 $T_{trans} = \frac{1}{2}m\dot{\xi}^T\dot{\xi}$, $T_{rot} = \frac{1}{2}\Omega^T I \Omega$, $U = mgz$ 는 각각 쿼드로터의 병진 운동에너지, 회전 운동에너지, 위치에너지를 나타낸다. 그리고 m, I 는 각각 쿼드로터의 질량과 관성모멘트, Ω 는 몸체 고정 좌표계에 대한 로터의 회전속도이다. Ω 는 오일러 각속도를 몸체 고정 좌표계에서의 각속도로 변환해주는 변환행렬 T_Ω 와 $\dot{\eta}$ 의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = T_\Omega \dot{\eta} \quad (1)$$

식 (1)에 의해서 회전 운동에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_{rot} = \frac{1}{2}\Omega^T I \Omega = \frac{1}{2}\dot{\eta}^T J \dot{\eta}$$

여기서 J 는 쿼드로터의 회전 운동에너지를 구하기 위한 관성 행렬이다.

$$J = T_\Omega^T I T_\Omega \quad (2)$$

식 (2)에 의해서 관성 행렬은 양의 한정(positive definite)행렬이 된다. 쿼드로터의 동역학 방정식은 라그랑지안 방정식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F$$

여기서 $F = (F_\xi, \tau)$ 이고, $F_\xi = (0, 0, u)$ 는 몸체 고정 좌표계에서 표현되는 외력, τ 는 몸체 고정 좌표계에서 표현되는 토크를 의미한다. 관성 좌표계에서 쿼드로터의 위치를 표현하기 위해서는 외력을 지구 관성 좌표계로 변환해야 한다.

$$F_\xi = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_\phi S_\psi + C_\phi C_\psi S_\theta \\ C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi \\ C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 R 은 몸체 고정 좌표계를 지구 관성 좌표계로 변환하는 행렬이고, b 는 상수이다. 또한 Ω_i 는 쿼드로터의 각 로터의 회전속도를 나타낸다. 1번과 3번 로터는 반시계방향으로, 2번과 4번 로터는 시계방향으로 회전한다. 식 (3)에서 표현한 $S(\cdot), C(\cdot)$ 는 각각 $\sin(\cdot), \cos(\cdot)$ 를 나타낸다. 그리고 τ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

여기서 τ_1 은 일반화된 토크, τ_2 는 자이로스코프(gyroscopic) 토크이며, 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bI(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ bI(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} d\Omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\tau_2 = -(\Omega \times E_z) \sum_{i=1}^4 I_M \Omega_i = I_M \begin{bmatrix} q(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ -p(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

l 은 쿼드로터의 무게중심으로부터 각 모터의 회전축 중심까지의 거리, d 는 회전 운동계수, 그리고 E_z 는 z 축 방향의 단위벡터이다. 쿼드로터의 동적방정식은 병진운동에 대한 동적방정식과 회전운동에 대한 운동방정식으로 나눌 수 있다. 병진운동에 대한 동적방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$m \ddot{\xi} + mg E_z = F_\xi$$

그리고 회전운동에 대한 동적방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$J \ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau \quad (6)$$

여기서 $C(\eta, \dot{\eta})$ 는 코리올리(Coriolis) 구심력 행렬을 나타낸다.

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \dot{J} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J) \quad (7)$$

식 (7)에 의해서 다음과 같은 성질이 만족한다는 것을 확인할 수 있다.

$$\dot{\eta}^T \left(\frac{1}{2} \dot{J} - C \right) \dot{\eta} = 0$$

인접한 두 로터를 쿼드로터의 앞쪽(1번)과 오른쪽(2번) 로터로 정해도 일반성을 잃지 않는다. 1번과 2번 로터가 완전히 고장난 경우에는 로터가 회전하지 않기 때문에 1번과 2번 로터의 회전속도는 0이 되고, 쿼드로터의 병진운동과 회전운동에 대한 입력이 바뀐다. 병진운동에 대한 입력은 식 (3)에서 Ω_1, Ω_2 를 0으로 설정함으로써 구할 수 있다.

$$F_{\xi} = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\phi} S_{\psi} + C_{\phi} C_{\psi} S_{\theta} \\ C_{\phi} S_{\psi} - S_{\phi} C_{\psi} S_{\theta} \\ C_{\phi} C_{\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

그리고 회전운동에 대한 입력도 마찬가지로 식 (4)와 (5)에서 Ω_1, Ω_2 를 0으로 설정함으로써 구할 수 있다.

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bl\Omega_4^2 \\ bl\Omega_3^2 \\ d(\Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix}$$

$$\tau_2 = -(\Omega \times E_z) \sum_{i=1}^4 I_M \Omega_i = I_M \begin{bmatrix} q(\Omega_3 - \Omega_4) \\ -p(\Omega_3 - \Omega_4) \\ 0 \end{bmatrix}$$

쿼드로터가 비행하고 있는 경우 각 로터의 회전속도가 매우 빠르다고 가정하면 τ_2 항은 무시할 수 있다.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \tau_1 + \tau_2 \approx \begin{bmatrix} bl\Omega_4^2 \\ bl\Omega_3^2 \\ d(\Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.2 고장허용 제어기 설계

제어기를 설계하기 위해서 리아프노프 함수를 다음과 같이 설정한다.

$$V = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} + \frac{1}{2} \tilde{\eta}^T K_{pf} \tilde{\eta} \quad (10)$$

여기서 K_{pf} 는 양의 한정 상수행렬이다. 그러면 V 가 양의 한정인 것을 확인할 수 있다. 식 (10)을 시간에 대해서 미분하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\dot{V} = \dot{\eta}^T J \ddot{\eta} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \dot{J} \dot{\eta} + \tilde{\eta}^T K_{pf} \dot{\eta} \quad (11)$$

식 (6)을 식 (11)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\dot{V} = \dot{\eta}^T \tau + \tilde{\eta}^T K_{pf} \dot{\eta} \quad (12)$$

쿼드로터에 다음과 같은 형식의 입력을 가한다고 가정하자.

$$\tau = -K_{pf} \tilde{\eta} - K_{df} \dot{\eta}$$

여기서 K_{df} 는 양의 한정 상수행렬이다. 그러면, 식 (12)에 의해서 \dot{V} 가 음의 한정이 되고, 리아프노프 정리에 의해서 쿼드로터 시스템이 점근적으로 안정(asymptotically stable)해진다. 그러므로 롤과 피치의 제어입력 $\tau_{\phi}, \tau_{\theta}$ 를 다음과 같이 입력해주면 쿼드로터 시스템이 안정해지고, 평형을 유지하는 것을 알 수 있다.

$$\tau_{\phi} = -k_{pf}\tilde{\phi} - k_{df}\dot{\phi}$$

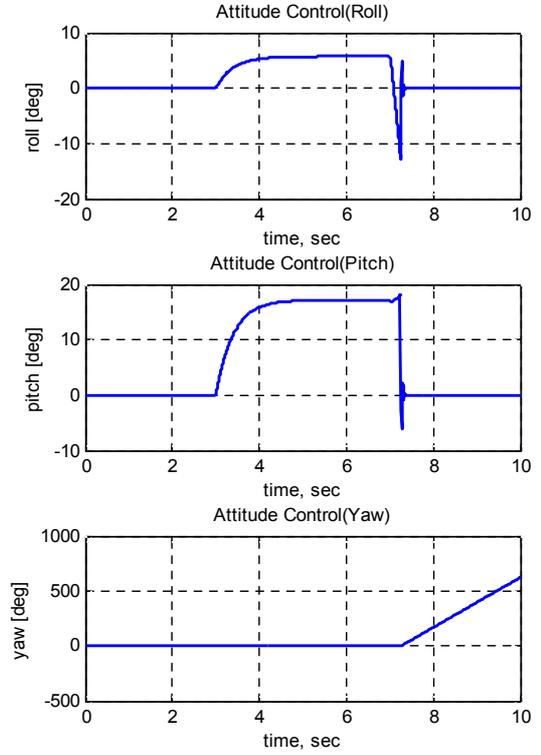
$$\tau_{\theta} = -k_{pf}\tilde{\theta} - k_{df}\dot{\theta}$$

그러면 식 (8)과 (9)에 의해서 쿼드로터에 가해주어야 하는 입력은 다음과 같은 식으로 나타난다.

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(-k_{pf}\tilde{\phi} - k_{df}\dot{\phi} - k_{pf}\tilde{\theta} - k_{df}\dot{\theta})}{l} \\ -k_{pf}\tilde{\phi} - k_{df}\dot{\phi} \\ -k_{pf}\tilde{\theta} - k_{df}\dot{\theta} \\ \frac{d(k_{pf}\tilde{\phi} + k_{df}\dot{\phi} - k_{pf}\tilde{\theta} - k_{df}\dot{\theta})}{bl} \end{bmatrix} \quad (13)$$

3. 모 의 실 험

앞에서 구한 제어기의 성능을 확인하기 위해서 MATLAB으로 모의실험을 시행하였다. 0초부터 3초까지는 모든 로터가 이상 없이 동작하면서 쿼드로터가 평형을 유지하며 비행한다. 3초부터 약 7초까지 쿼드로터가 일정한 롤, 피치, 그리고 요 값으로 자세제어가 이루어지다가 인접



〈그림 1〉 고장허용 제어기를 적용한 결과 그래프

한 두 로터가 작동하지 않게 된다. 약 7.5초에 로터에 문제가 있다고 감지하여 설계한 제어기를 적용하면 롤과 피치가 안정화되면서 쿼드로터가 다시 평형을 유지하는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 논문은 인접한 두 로터가 완전히 고장난 경우 쿼드로터의 평형을 유지하기 위한 제어기의 설계에 대해 논의하였다. 라그랑지안 방정식을 이용하여 쿼드로터를 모델링하고, 인접한 두 로터가 작동하지 않는 경우 쿼드로터에 작용하는 힘을 고려하였다. 리아프노프 정리에 입각하여 제안한 제어기를 입력하였을 때 쿼드로터가 안정화되면서 평형을 유지하는 것을 확인하였다. 제어기의 성능을 확인하기 위해서 모의실험을 시행하고, 모의실험의 결과로 제어기를 통해 인접한 두 로터가 작동하지 않는 경우 쿼드로터가 안정화되면서 평형을 유지하는 것을 검증하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] M. W. Mueller and R. D'Andrea, "Stability and control of a quadcopter despite the complete loss of one, two, or three propellers", *IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2014*
- [2] F. Sharifi, M. Mirzaei, B. W. Gordon, and Y. Zhang, "Fault Tolerant Control of a Quadrotor UAV using Sliding Mode Control", *Conference on Control and Fault Tolerant System, 2010*
- [3] A. Freddi, A. Lanzon, and S. Longhi, "A Feedback Linearization Approach to Fault Tolerance in Quadrotor Vehicles", *IFAC World Congress, 2011*
- [4] L. R. G. Carrillo, A. E. D. López, R. Lozano, and C. Pégard, "Quad Rotorcraft Control", Springer London, pp. 22-34, 2013