

슬롯팅 효과를 고려한 영구자석 기기의 자계 특성해석

신경훈\*, 최장영\*, 조한욱\*, 이강수\*\*  
 충남대학교\*, 선박해양플랜트연구소\*\*

Magnetic Field Analysis of Permanent Magnet Machine considering Stator Slotting Effect

Kyung-Hun Shin, Jang-Young Choi, Han-Wook Cho, Kang-Su Lee  
 Chungnam National University\*, Offshore Plant Research Institute\*\*

**Abstract** - This paper present a general computation taking into account the slotting effect on the magnetic field due to permanent magnet in surface mounted permanent magnet machine. The analytical method is based on the solution of Laplace's and Poisson's equations (by the separation of variables technique) for each subdomain, i.e., magnets, air gap, and slots. The general solution is obtained using boundary and continuity conditions. The analytical results are in very good agreement with those obtained by the FEA, considering both amplitude and waveform.

1. 서 론

일반적으로 영구자석 기기 해석법에는 유한요소 해석법과 공간고조파 해석방법이 있는데 유한요소 해석법은 철심의 포화 및 재질의 비선형 등 정확성을 높이기 위해 요소를 작게 분할하므로 시뮬레이션 시간이 길어지고, 세부 파라미터 변경에 따른 특성 변화를 빠른 시간 안에 알기 어렵지만, 공간고조파 해석방법은 빠른 해석 시간과 파라미터 변화에 따른 기기 특성에 대한 통찰력을 가질 수 있다.

해석적 방법을 이용한 영구자석 기기의 해석 시 어려운 문제 중 하나는 철심 즉 슬롯의 존재로 인한 슬롯팅을 고려하는 것이다. 영구자석 기기는 회전자와 고정자 사이 공극에서 자기장을 통한 에너지 변환이 발생하므로 정확한 공극 자계의 예측이 필수적이다. 고정자 및 회전자 슬롯의 존재는 공극 자계 분포를 왜곡시키며, 왜곡된 자계 분포는 전자기 특성에 큰 영향을 미친다. 그러므로 슬롯 형상을 고려하지 않고 영구자석 기기를 해석하게 된다면 진동, 소음과 전자기 특성에 대한 정확한 결과를 예측하기 어렵게 된다.

따라서 본 논문에서는 원주방향의 경계조건이 고려된 슬롯 포텐셜을 도출하고 각 영역에서의 자계 특성을 해석하였다. 해석결과는 유한요소 해석 결과와 비교하여 제시된 해석 방법의 타당성을 검증하였다.

2. 본 론

2.1 6극 27슬롯 구조를 갖는 영구자석 기기

그림 1은 6극 27슬롯 구조를 갖는 영구자석 기기를 나타낸다. 그림 1은 슬롯 구조를 갖는 영구자석 기기의 해석 모델이다. 해석의 단순화를 위하여 본 논문에서는 단부효과는 무시하며, 철심의 투자율은 무한대로, 영구자석, 공극의 투자율은 진공의 투자율과 같다고 가정한다.

2.2 6극 27슬롯 구조를 갖는 영구자석 자계 특성 해석

그림 2에서와 같이 영구자석 영역 내에 전류원이 없으므로 맥스웰 방정식으로부터 식 (1)이 성립한다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (1)$$

또한 영구자석 영역의 자속밀도  $\mathbf{B}$ , 자계의 세기  $\mathbf{H}$  및 자화의 세기  $\mathbf{M}$ 은 식 (2), (3)의 관계가 성립한다.

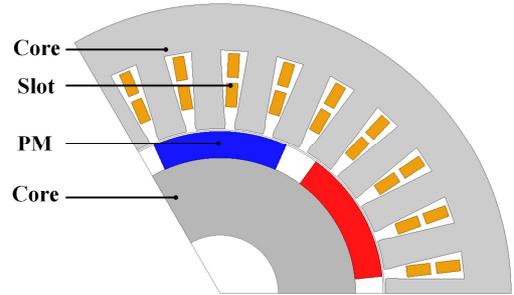
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (3)$$

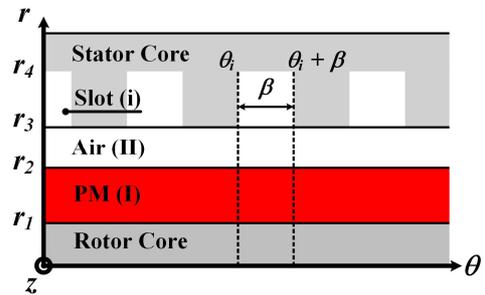
식 (3)의 양변에 curl을 취한 후 식 (2)를 적용하면 식 (4)가 성립한다.

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times \mathbf{M} \quad (4)$$

또한, 식 (4)에 자기 벡터 포텐셜의 정의( $\mathbf{B} \equiv \nabla \times \mathbf{A}$ ) 및 쿨롱게이지( $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ )를 적용하면 식 (5)과 같이 푸아송 및 라플라스 방정식을 얻을 수 있다.



<그림 1> 6극 27슬롯 영구자석 기기



<그림 2> 단순화된 영구자석 기기의 해석 모델

여기서 공극과 비자성체 영역에서는 자화성분이 존재하지 않으므로 우변을 0으로 대체하게 되면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\nabla^2 \mathbf{A}^I = -\mu_0 (\nabla \times \mathbf{M}) \quad (5.a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}^{II} = 0 \quad (5.b)$$

2.2.1 변수분리법을 이용한 슬롯 영역의 벡터포텐셜

슬롯 영역의 자기벡터포텐셜의 해를 구하기 위하여 식 (5)에서 2차 미분방정식의 형태의 자기벡터포텐셜을 변수분리법을 이용하여 각 영역에서의 적절한 경계조건을 이용함으로써 푸아송(영구자석 영역) 및 라플라스 방정식(슬롯, 공극 영역)의 해를 도출 할 수 있다. 식 (6)과 같이 슬롯 영역에서의 라플라스 방정식은 반경방향의 경계조건 뿐만 아니라 원주방향으로의 경계조건을 갖는다.

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_k^i + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_k^i - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_k^i = 0 \quad (6)$$

$$\text{for } \left\{ \begin{array}{l} R_3 \leq r < R_4 \\ \theta_i \leq \theta < \theta_i + \beta \end{array} \right\}$$

각 영역에서의 경계 조건은 식(7)과 같다.

$$\frac{\partial A_k^i}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \theta_i} = 0, \quad \frac{\partial A_k^i}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \theta_i + \beta} = 0 \text{ and } \frac{\partial A_k^i}{\partial r} \Big|_{r = R_i} = 0 \quad (7)$$

변수분리법 및 경계조건을 적절히 이용하여 식 (6)과 (7)을 정리하면 슬롯 영역에서의 자기벡터포텐셜은 식(8)과 같다[1].

〈표 1〉 슬롯 구조를 갖는 영구자석 기기의 경계조건

경계조건		
$r = r_1$	$B_{\theta}^I = \mu_0 M_{\theta}$	-
$r = r_2$	$B_r^I = B_r^{II}$	-
	$B_{\theta}^I = B_{\theta}^{II} + \mu_0 M_{\theta}$	-
$r = r_3$	$B_r^{II} = B_r^i$	$\theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta$
	$B_{\theta}^{II} = B_{\theta}^i$	$\theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta$
	$B_{\theta}^{II} = 0$	otherwise
$r = r_4$	$B_{\theta}^i = 0$	$\theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta$
$\theta = \theta_i, \theta_i + \beta$	$B_r^i = 0$	$r_3 \leq r \leq r_4$

$$A^i = \sum_{k=1}^{\infty} \left( A_k^i r^{-\frac{k\pi}{\beta}} + B_k^i r^{\frac{k\pi}{\beta}} \right) \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \mathbf{i}_{\theta} \quad (8)$$

여기서  $k$ 는 슬롯영역 공간고조파 계수이며,  $\theta_i$ 는  $i$  번째 슬롯의 위치,  $\beta$ 는 슬롯 오픈링이다.

### 2.2.2 영구자석에 의한 자계 특성

앞서 언급했던바와 같이, 식 (5)의 2차 미분 방정식을 변수분리법을 이용하여 풀면 식 (9)와 같이 공극과 영구자석 영역에서의 자기벡터포텐셜을 구할 수 있다.

$$A^I = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left[ A_n^I r^{-n} + B_n^I r^n - W_n(r) \cos n\theta_0 \right] \sin n\theta + \left[ C_n^I r^{-n} + D_n^I r^n + W_n(r) \sin n\theta_0 \right] \cos n\theta \right] \quad (9.a)$$

$$A^{II} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left[ A_n^{II} r^{-n} + B_n^{II} r^n \right] \sin n\theta + \left[ C_n^{II} r^{-n} + D_n^{II} r^n \right] \cos n\theta \right] \quad (9.b)$$

여기서  $n$ 는 공간고조파 계수이며,  $\theta_0$ 는 영구자석의 위치,  $W_n(r)$ 은 영구자석을 포함하는 영역의 특수해이다[2].

자기벡터포텐셜의 정의를 이용하여 식(10)과 같이 자속밀도를 구할 수 있다.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} A_{\mathbf{r}} - \frac{\partial}{\partial r} A_{\mathbf{i}_{\theta}} \quad (10)$$

### 2.2.3 경계조건

공극 영역과 슬롯 영역에서의 고조파의 계수의 종류가 다르기 때문에 경계조건을 해석하기 위해서는 푸리에 급수 전개를 이용하여 각 성분에 일치하는 형태로 식을 변형해야 한다.

먼저, 철심 표면에서의 원주방향 자속밀도는 경계조건에 의해  $B_{\theta}^i = 0$ 이며, 슬롯 영역에서의 자속밀도는 공극 영역의 자속밀도와 같으므로 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$B_{\theta}^{II} = \sum_{n=1}^{\infty} [F_n \sin n\theta + G_n \cos n\theta] \mathbf{i}_{\theta} \quad (11.a)$$

$$F_n = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_{\theta}^i \sin n\theta d\theta \quad G_n = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_{\theta}^i \cos n\theta d\theta \quad (11.b)$$

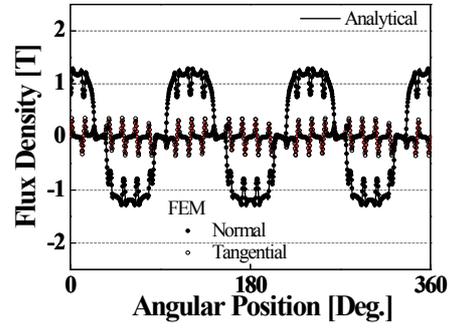
반경 방향 자속밀도는 공극 영역과 슬롯 영역의 경계에서 같으므로 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$B_{r_n}^i = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ H_k \sin\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \right] \mathbf{i}_r \quad (12.a)$$

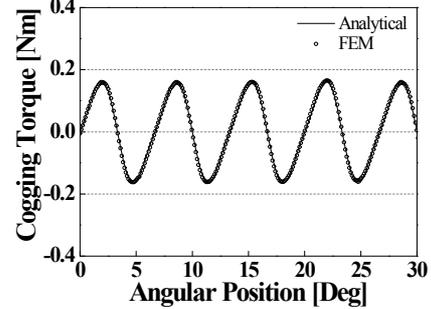
$$H_k = \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} B_{\theta}^i \sin\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) d\theta \quad (12.b)$$

각 영역의 미정계수  $A_n^I, A_n^{II}, A_n^i, B_n^I, B_n^{II}, B_n^i, C_n^I, C_n^{II}, D_n^I, D_n^{II}$ 는 적절한 경계조건을 이용하여 연립방정식을 계산하면 얻을 수 있다.

그림 3은 슬롯팅 효과가 고려된 영구자석 기기의 공극 중앙  $((r_2 + r_3)/2)$ 에서의 반경 방향 및 원주 방향 자속밀도 분포에 대한 해석적 결과와 유한요소 해석 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 해석 결과는 매우 잘 일치하고 이로부터 본 논문에서 수행한 해석 방법은 매우 타당하다고 할 수 있다.



〈그림 3〉 영구자석 기기의 공극 자속밀도



〈그림 4〉 영구자석 기기의 코깅 토크

### 2.3 코깅토크

슬롯팅 효과에 의하여 원주 방향으로 유기되는 힘은 Maxwell stress tensor에 의하여 식(13)과 같이 나타낼 수 있다[4].

$$F_{\theta} = -S \mu_0 \langle \mathbf{H}_n^{II} \mathbf{H}_t^{II} \rangle_t \quad (13)$$

$$= -\frac{S}{\mu_0} \{ \mathbf{B}_n^{II} (\mathbf{B}_t^{II})^* \}$$

여기서,  $\langle \cdot \rangle_t$ 는 수평방향으로의 공간적인 평균을 나타낸다. \*는 켈레를 나타내고 S는 단면적으로  $S = 2\pi r_3 l_a$ 로 나타낼 수 있으며 이때의  $l_a$ 는 축 방향 길이,  $r_3$ 는 고정자 철심 내반경이다. 결과적으로 토크는 수식  $\mathbf{T} = r_3 \times \mathbf{F}_{\theta}$ 를 이용하여 그림 4와 같이 코깅 토크를 도출해낼 수 있다.

## 3. 결 론

본 논문에서는 6극 27슬롯을 갖는 영구자석 기기의 슬롯팅 효과를 고려한 자계 특성 해석법에 대해 제시하였다. 본 논문의 자계 특성 해석 방법은 기기의 초기 설계 시 코깅토크, 역기전력 등 전자기 특성 해석을 수행하는데 도움이 될 것이다.

본 연구는 해양수산부의 해양정예에너지개발사업 “10MW급 부유식 파력-해상풍력 연계형 발전시스템 개발 및 인프라 구축”의 지원으로 수행되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

### [참 고 문 헌]

- [1] S. J. Farlow, Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. New York: Dover, 1993.
- [2] Z. Zhu, D. Howe and C. Chan “Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines”. IEEE Trans. Magn., vol. 38, no. 1, pp.229 - 238, 2002.
- [3] F. Dubas and C. Espanet “Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: No-load vector potential and flux density calculation”, IEEE Trans. Magn., vol. 45, no. 5, pp.2097 -2109, 2009.
- [4] David L. Trumper, Won-jong Kim, and Mark E. Williams, “Design and Analysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines”, IEEE,Trans. IAS, vol.32, pp.371-379, 1996.