

# Co-rotational Plane beam-Dynamic tip load 를 이용해 외팔보 진동에 영향을 미치는 요인 분석과 지진 상황 시 건물의 면진 주기 설정

조 성 배<sup>1\*</sup> · 문 별<sup>2</sup>

<sup>1</sup>연세대학교 토목환경공학과 <sup>2</sup>연세대학교 토목환경공학과

## 초록

처음 에디슨 경진대회를 준비할 때 업로드 되어 있는 다양한 프로그램을 보면서 어떤 주제를 선정할 지 고민을 하던 중, 눈에 들어온 프로그램은 서울대학교에서 제작한 **Co-rotational Plane beam-Dynamic tip load** 이란 프로그램이었다. 위 프로그램은 한쪽 단이 고정된 외팔보(cantilever beam)의 끝단에 하중을 시간에 관련된 함수(sin, cos)로 주어 각 절점에서의 변위(X, Y), 속도 그리고 가속도를 알려주는 프로그램이다. 우리는 이 프로그램을 이용해서 외팔보 끝단의 진동 형태와 주기가 어떤 요인(단면의 모양, 재료의 성질, 가하는 하중의 진동수 등)에 의해서 변하는지 분석할 수 있었다. 거기서 더 나아가 하중을 실제 지진상황에서의 크기와 유사하게 주고 위 프로그램에서 보의 거동(진동 주기, 진동 변위 등)을 건물의 거동이라 가정했을 때 면진 주기를 얼마로 설정해야하는지도 알 수 있었다.

**Keywords :** *Co-rotational Plane beam-Dynamic tip load*, 한쪽 단이 고정된 외팔보(cantilever beam), 단면의 모양, 재료의 성질, 가하는 하중의 진동수, 면진 주기

## 1. 서 론

하중에 대한 보의 진동해석은 보의 강성을 추정할 수 있게 하고 손상을 탐지할 수 있게 함으로써 구조역학 분야에서 건물의 안전 점검과 내진설계에까지 폭넓게 응용되고 있다. 보의 재료와 단면의 모양, 길이에 따라 같은 하중에 대해 다른 진동 형태를 보인다. 특히, 일정한 진동수를 갖는 하중을 가하면 보의 진동 또한 일정한 주기를 보이는데 이를 해석함으로써 역으로 보의 재료, 단면 등을 추정해볼 수 있다.

본 연구에서는 다양한 단면과 하중의 진동수에 따른 외팔보 끝단의 진동을 프로그램을 통해 해석하고 진동의 주기에 미치는 요인을 알아보고자 하였다. 그리고 실제 지진 상황에서의 하중과 진동수를 가정했을 때 보의 거동을 건물의 거동으로 생각하고 면진 주기를 계산해보면서 프로그램의 상용성과 발전방향에 대해 토의하였다.

## 2. 본 론

이 장에서는 우리가 해석에 사용하는 프로그램에 대한 설명과 보의 진동 형태에 영향을 미치는 요인은 무엇인지, 보의 진동 주기에 영향을 미치는 요인은 무엇인지 그리고 보를 실제 건물이라 가정했을 때 면진 주기는 얼마로 설정해야하는 지에 대한 내용을 다룬다.

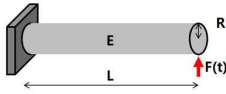
### 2.1 Co-Rotational Plane beam-Dynamic tip load

이번 연구에 우리가 사용한 프로그램이 Co-Rotational Plane beam-Dynamic tip load이다. 한쪽 단이 고정된 cantilever beam에 하중을 sin 혹은 cos 함수로 시간에 따라 변하게 주어 beam의 각 점에서의 x,y 변위, 속도, 가속도 등을 알려준다. 프로그램에 대한 자세한 설명은 아래 그림 1, 그림 2로 대신한다.

**프로그램 입력-동적해석**

❖ 프로그램 해석 조건

- ▶ 한 쪽단이 고정된 원형 단면을 갖는 외팔 보에 끝단 하중이 가해지는 조건



❖ 구조물의 형상 및 재료 물성 입력

- ▶ 보의 길이 (L) [m]
- ▶ 구조물의 탄성 계수 (E) [Pa]
- ▶ 구조물의 밀도 ( $\rho$ ) [kg/m<sup>3</sup>]
- ▶ 단면 관성 모멘트 (I) [m<sup>4</sup>]
- ▶ 면적 (A) [m<sup>2</sup>]

그림 1 프로그램 설명(1)

**프로그램 입력-동적해석**

❖ 해석 조건 입력

- ▶ 경계 조건: 1 (한쪽단이 지지된 외팔 보 조건)
- ▶ 해석에 사용할 요소 수
- ▶ 하중 조건 [a, b, c]
  - a: 1 (끝단 하중 조건)
  - b: 하중 방향 (Axial force=1, Transverse force= 2, Bending moment= 3)
  - c: 조화함수 조건 (sine=0, cosine=1)
- ▶ 진동수 (2 $\pi f$ ), 하중 크기 (F or M) [N or N-m]
  - $F(t)=F_0 \times \sin(2\pi f \times t)$  or  $F(t)=F_0 \times \cos(2\pi f \times t)$
- ▶ 시간 간격 ( $\Delta t$ ) [s], 해석 시간 [s]

❖ 프로그램 입력 설정

- ▶ 수렴이 되지 않을 경우
  - ① 해석에 사용할 요소 수를 증가 → 국부 요소에서 사용된 가령의 한계
  - ② 시간간격을 작게 설정

그림 2 프로그램 설명(2)

2.2.1 단면의 모양에 따른 보의 진동

단면의 모양은 원형, 사각형, H형으로 세 가지로 나누었다. 다른 조건들을 모두 통일시키고 각 단면에 따라 보 끝단 y방향 변위의 그래프의 형태와 주기가 어떻게 다른지 분석해 보았다. 각 단면의 단면적이 정해져 있으므로 각각의 2차 단면 모멘트를 계산해주어 프로그램에 입력하였다. 프로그램에 입력한 원형, 사각형 그리고 H형 단면의 단면 2차 모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 A &= 0.125m^2 = a^2 \text{ (한변의 길이가 } a \text{인 정사각형 단면의 넓이)} \\
 &= \pi r^2 \text{ (반지름의 길이가 } r \text{인 원형 단면의 넓이)} \\
 &= \frac{3}{4}b^2 \text{ (옆모서리 길이가 } b \text{인 H형 단면의 넓이)}
 \end{aligned}$$

수식 1 각 단면 별 단면적 식

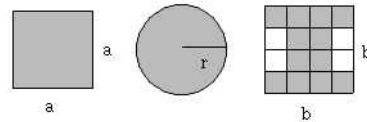


그림 3 각 단면별 단면 모양

2.2 보의 진동에 영향을 미치는 요인 분석

기본적으로 우리가 해석하고자 하는 보의 재료는 철이다. 철로 만들어진 빔의 단면 모양, 하중의 진동수를 독립 변수로 한다. 보 끝단의 Y방향 변위와 진동 주기가 종속 변수이다. 보의 길이는 10m, 보 단면적은 0.125m<sup>2</sup>, 가하는 하중의 방향은 transverse force, 크기는 10000000N, 시간 간격은 0.001초 그리고 총 해석 시간은 6초로 정하였다.

보의 재료	철
독립 변수	단면 모양, 하중의 진동수
종속 변수	보 끝단의 Y방향 변위, 진동주기
보의 길이	10m
보의 단면적	0.125m <sup>2</sup>
하중의 방향	transverse force
하중의 크기	10000000N
해석 시간 간격	0.001초
총 해석 시간	6초
보의 밀도	7850kg/m <sup>3</sup>
Elastic Modulus	21x10 <sup>10</sup> Pa

표 1 기본 조건

$$I_{square} = \frac{1}{12}a^4 = \frac{1}{12}A^2 \quad I_{cylinder} = \frac{1}{4}\pi r^4 = \frac{1}{4\pi}A^2$$

$$I_H = \frac{5}{64}b^4 = \frac{5}{36}A^2$$

수식 2 각 단면 별 단면 2차 모멘트 식

그리고 시간을 가로축으로 하고 결과에 나온 끝단의 y방향 변위를 세로축으로 하는 그래프를 그려서 진동 형태가 어떤지 비교해보았다. 아래의 그래프를 보면 단면 2차 모멘트의 크기가 비슷한 사각형과 원은 진동 형태와 주기가 매우 유사하게 나타났다. 그러나 H형 단면은 그 진동 형태가 다름을 알 수 있었다. 원형 단면과 사각형 단면 진동 형태와 주기의 유사성은 '단면 2차모멘트가 비슷할 때, 하중의 진동수가 같다면 진동 형태가 유사함'을 확인 할 수 있었다. (형태가 유사하다고 진동 주기가 같지는 않다.)

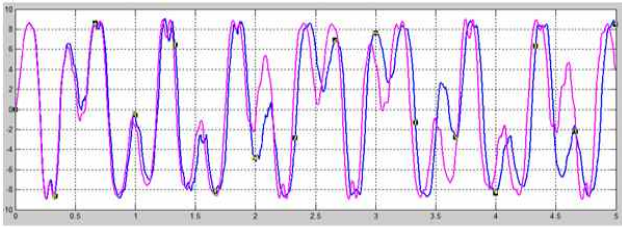


그림 4 x축-시간, y축-y방향 변위( blue : 원형, pink : 사각형)

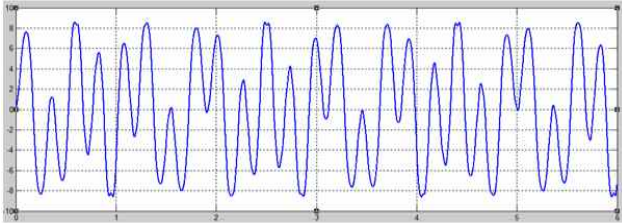


그림 5 x축-시간, y축-y방향 변위(H형 단면)

### 2.2.2 단면의 모양에 따른 보의 진동 주기

위에서 그린 그래프를 잘 살펴보면 일정한 시간 간격으로 같은 모양의 진동 형태가 나타나는 것을 알 수 있으며, 보가 진동을 할 때 일정한 주기를 가진다는 것을 확인할 수 있다. 하중의 진동수와 다른 조건들이 정해진 상태에서 단면에 따라 진동 주기가 어떻게 다른지 알아보았다. 각 단면 별 주기는 다음과 같다.

진동수	10	20	30	40	50
단면 모양					
원형 단면	2.508초	1.256초	1.873초	0.791초	0.757초
사각형 단면	2.479초	1.081초	2.723초	1.835초	-
H형 단면	1.906초	0.934초	0.632초	2.040초	1.134초

표 2 각 단면에 따른 진동주기

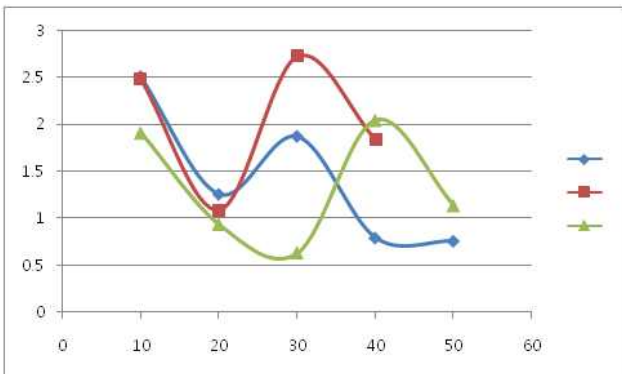


그림 6 x축-하중의 진동수, y축-보의 진동 주기 (blue : circle, red : square, green : H-shape)

### 2.2.3 하중의 진동수에 따른 보의 진동 형태

단면의 모양과 다른 조건들이 모두 동일한 경우에, 하중의 진동수를 10에서 50까지 다르게 주었을 때, 보의 진동 형태가 어떻게 달라지는지 알아보았다. H형 단면에서 하중의 진동수가 10, 20, 30, 40, 50일 때의 보의 진동 그래프를 그려

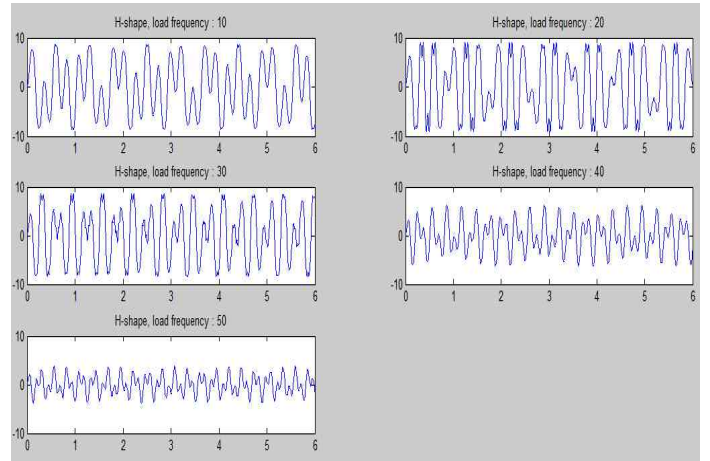


그림 7 H 형 단면, 왼쪽 위부터 오른쪽 방향으로 진동수 10~50 보았다.

위 그래프들을 살펴보면 하중의 진동수에 따라 보의 진동 형태가 달라짐을 알 수 있다. 하중의 진동수가 보의 진동 형태에 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

### 2.2.4 하중 진동수에 따른 보의 진동 주기

하중의 진동수에 따른 보의 진동주기는 표 2에 정리되어 있다. 표를 보면 진동수가 10에서 50으로 증가함에 따라 진동 주기에 특별한 규칙성을 찾지 못했다.

## 2.3 실제 지진 하중, 진동수를 주고 면진 주기 설정

### 2.3.1 실제 지진 조건 설정

우리나라의 현행 내진설계기준(KBC2009)에서 가정하는 설계지진의 지반 가속도는 지반이 암반인 경우 0.15g(약 1.47N/kg)이다. 그리고 0.15g의 지반 가속도는 진도 7~8의 강진 상황에서의 가속도이다. 일반적으로 지진파의 진동수는 0.5~10Hz로 보는데, 진도가 클수록 진동수가 작다. 따라서 0.15g의 지반 가속도를 사용할 경우 프로그램에서 가하는 하중의 진동수는 0.5Hz로 가정한다.

### 2.3.2 프로그램 실행

지진 하중이 가해졌을 때 10m 길이의 H형 단면 철근 외팔보의 진동 형태와 주기는 다음과 같다. 진동 주기가 12.11초임을 찾을 수 있다.

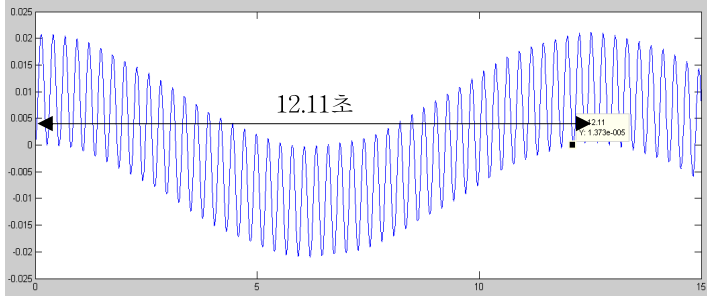


그림 8 지진 하중을 준 H형 단면 외팔보의 진동 형태 그래프

### 2.3.4 면진 주기 설정

시뮬레이션에 사용한 빔을 한 층의 높이를  $h$ 고 폭이  $2h$ 인 골조 건물이라 가정하고 건물의 기본 진동수 약산식(수식 3)을 이용해 건물의 기본 진동 주기 범위를 구하면

$$3.36초 < T_1 < 7.98초$$

이다. 그리고 중·저층 건물에 있어서 유효한 면진효과를 얻기 위해 추천하는 상부구조와 면진층 간의 진동 주기비는 최소한 2.5배 이상을 채택하여 설계할 것을 추천한다. 따라서 저 기본 진동 주기에 2.5배를 해주면 그것이 추천 면진 주기의 범위가 되는 것이다. 따라서 면진 주기 범위는 다음과 같다.

$$8.4초 < T_{\text{면진}} < 19.95초$$

우리가 시뮬레이션에서 가정했던 지진은 진도 7~8의 강한 지진이었다. 그 때, 건물의 응답 주기가 12.11초였으므로 면진주기를 19.95초로 한다면 면진주기와 응답주기의 비가 1.65 정도 되므로 효과적인 면진 효과를 기대할 수 없다는 것을 확인할 수 있다. 즉 12.11초의 2.5배인(건물 기본진동수의 3배 이상) 약 30.3초로 면진 주기를 설정하면 진도 7~8의 지진에서 효과적으로 면진 효과를 낼 수 있다.

따라서 우리는 이 프로그램으로 아주 정확하진 않지만 지진 상황 발생 시 건물의 거동도 유추할 수 있었고 얼마만큼의 면진 주기를 확보해야하는지도 프로그램을 통해서 알아낼

수 있었다.

$$0.6T < T_1 < 1.4T, T = 0.1N(N \text{은 층수})$$

수식 3 기본 진동수 약산식

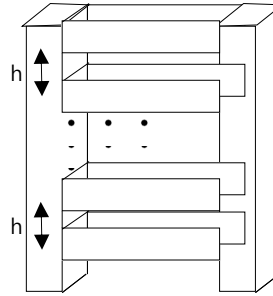


그림 9 모델링

## 3. 결 론

본 연구에서는 Co-Rotational Plane beam-Dynamic tip load 프로그램을 이용해서 철근 외팔보(cantilever beam)의 진동에 영향을 미치는 요인이 무엇인지 분석해보았다. 그리고 간편화를 통해서 지진 상황 발생 시 건물의 면진 주기를 설정해보았다. 이로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 같은 하중 진동수를 가질 때, 보의 진동 형태는 단면 2차 모멘트 값이 유사할수록 그 형태도 유사하다.
- 2) 가하는 하중의 진동수가 다르면 같은 단면이라도 진동 형태는 다르다.
- 3) 보의 진동 주기는 위 실험들로 경향성이나 규칙을 찾아 내기는 어려웠지만 대체적으로 하중의 진동수가 크면 진동 주기는 짧아짐을 알 수 있었다.
- 4) 길이 10m, 단면적  $0.125m^2$  인 빔을 건물이라 가정하고 계산한 효과적인 면진 주기는 진도 7~8도에서 30.3초다.

이와 같은 결론들을 도출할 수 있었다. 결론 4)의 내용은 비록 철근 빔을 건물 전체로 가정했다는 무리한 가정이 포함되어있다. 하지만 프로그램 특성 상 복잡한 구조물의 진동 운동을 계산할 수 없었다. 앞으로 상용 프로그램 개발이 진행된다면 위와 같은 기본적인 프로그램을 바탕으로 개발한다면 분명히 정확하게 실제 건물의 거동을 이해할 수 있고, 면

진 주기나 다양한 성질들을 알 수 있는 프로그램이 개발 될 가능성은 충분하다고 본다. 그리고 이 프로그램이 발전해서 많이 복잡하지 않고 조금만 더 복잡한 구조물의 해석이 가능 하다면 교육적인 목적으로서 아주 훌륭한 프로그램이 될 것 같다.

### 감사의 글

본 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단 첨단 사이언스·교육 허브 개발 사업의 지원을 받아 수행된 연구임

### 참 고 문 헌

**Youngsoo Chun, Moowon Hur** (2010) Seismic Isolation Effects According to Set up the Isolation Period in the Medium and Low-rise Framed Building, 구조물진단학회지, 제 14권 6호, pp.93~99.

**HyunHo Lee** (2008) Dynamic Response of Seismically Isolated High-Story Buildings according to Earthquake Records, Journal of the Korea Concrete Institute, 20, pp.643~651

**Sung-Kyun Kim , Ohseop Song** (2010) Free Vibration Analysis of Composite H-Type Cross-section Beams, 한국 소음 진동 공학회 , 20, pp.492~501.

**Myeongkyu Lee, Jihoon Park** (2009) Application and Prospect of the Seismic Isolation System for Building Structures in Korea, 전산구조공학회, 22, pp.65~74.

서울시 건축물 내진성능 자가점검 (홈페이지)

shabitat.eseoul.go.kr/SeoulEqk