

## 초과엔탈피 화염의 점근 해석

이대근\*†

### An Asymptotic Analysis of Excess Enthalpy Flame

Dae Keun Lee\*†

#### ABSTRACT

Excess enthalpy flame propagating an porous inert medium, which recirculate exhaust heat to the upstream cold mixture, is theoretically analyzed. Using the activation-energy asymptotics, the flame structure is divided into the thin reaction and the gas-phase preheat zone, as is traditionally done. Ahead and behind of the two, there exist an outer preheat zone, where heat is convectively transferred from solid to gas, and a downstream re-equilibrium zone, where thermal equilibrium between phases is established. Asymptotic solutions of species and energy equations in each zone are obtained and then matched to each other, and finally the mass burning rate is obtained as a function of the flame propagation velocity with respect to the solid phase and physical properties of gas and solid.

**Key Words** : Excess enthalpy flame, Asymptotic analysis, Activation energy, Heat recirculation

연소 후 배기되는 열에너지를 재순환하여 연소 전 미반응가스에 공급할 때 국부적으로 단열화염 온도 이상에 도달하는 초과엔탈피화염을 만들 수 있다[1]. 또한 배기열의 회수를 위한 통상의 열교환기 대신 불활성 다공체를 화염대에 삽입하는 것만으로도 초과엔탈피화염을 형성시킬 수 있음이 제안된 후[2], 다공체 내 예혼합 연소는 많은 연구자들의 관심의 대상이었다[3-5].

한편 활성화에너지 점근법(activation energy asymptotics)이 정립된 후 이를 다공체 내 초과엔탈피 화염에 적용함으로써 화염의 온도, 연소 속도 및 안정화와 이들에 미치는 다양한 물리량의 영향을 살펴보고자 하는 연구가 있었다[6-10]. Deshaies와 Joulin는 반무한 다공체에 대해 그 온도를 단열화염온도라 가정할 후 가스상에 대한 지배방정식의 해석으로부터 초과엔탈피 화염의 안정화 위치에 관한 해를 제시하였다[6]. Buckmaster와 Takeno는 이를 확장하여 유한한 다공체의 문제에 대해 다공체의 온도를 변수로 하여 화염 날림과 역화 조건을 제시하였다[7]. 이들의 연구는 다공체의 온도가 화염으로부터의 상대적인 위치에 관계없는 등온이므로 다공체의 열전도도가 매우 큰 경우에만 유효하다.

Pereira 등은 무한 다공체 내부에 정지해있는 초과엔탈피화염에 대한 일련의 연구[8-10]에서

등온 다공체의 제약을 벗어나 다공체 내부의 열전도를 허용하고 고체-기체 간의 대류열전달에 따른 상호작용을 고려하였다. 반응대의 해석에는 통상의 활성화에너지 점근법을 사용하였으며, 고체의 열전도도가 기체에 비해 매우 크다는 사실에 착안하여 예열대를 기체상 열전도가 주요한 내부 예열대와 고체상과의 대류열전달이 주요한 외부 예열대로 나눈 후 점합점근법(Matched asymptotics)을 이용해 초과엔탈피화염의 연소속도를 계산하였다. 이처럼 가스와 고체의 열적 불평형을 고려하는 Two-temperature model은 내부 열재순환이 유효하게 발생하는 메소스케일의 단일 채널 문제에 성공적으로 적용된 바 있다[11-13]. 그러나 충분한 길이를 갖는 균일한 다공체 내부에서 화염은 일반적으로 수 mm/s 이하의 느린 속도로 전파하며 예혼합기의 공급 유속에 의존한다는 사실이 잘 알려져 있다. 따라서 Pereira 등의 연구[8-10]에서 얻은 해는 정지화염의 특별한 경우로 국한되며, 외부로의 열손실도 고려하지 않았다.

본 연구에서는 다공체를 기준으로 한 1차원 화염의 전파속도(propagation velocity)를 매개변수로 하여 그에 따른 화염의 연소속도를 이론적으로 구한다. 이를 위해 Pereira 등이 채용한 방법대로 연소장을 Convective preheat/Diffusive preheat/Reaction/Re-equilibrium zone의 네 영역으로 나눈 후 각 영역에서 다음 지배방정식의 해를 구한다.

\* 한국에너지기술연구원

† 연락처, dklee@kier.re.kr

TEL : (042)860-3341

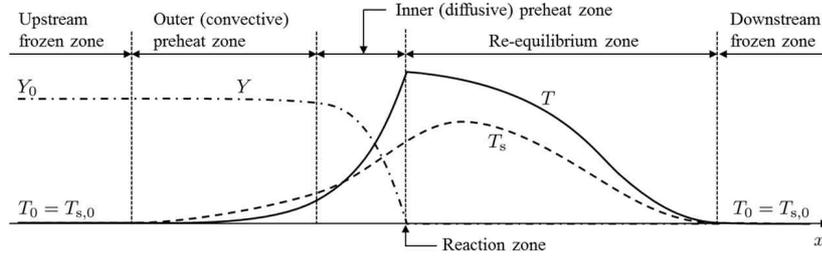


Fig. 1 Excess enthalpy flame structure

$$\frac{dy}{d\xi} = \text{Le}^{-1} \frac{d^2 y}{d\xi^2} - \beta^2 \Lambda_L m^{-2} y \exp[\beta(\theta - 1)] \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{d^2 \theta}{d\xi^2} - \beta^{-1} m^{-2} N_i (\theta - \theta_s) + \beta^2 \Lambda_L m^{-2} y \exp[\beta(\theta - 1)] \quad (2)$$

$$s \frac{d\theta_s}{d\xi} = \beta \kappa \frac{d^2 \theta_s}{d\xi^2} + \beta^{-1} m^{-2} N_i (\theta - \theta_s) - \beta^{-1} m^{-2} N_e \theta_s \quad (3)$$

여기서 Reactant  $\rightarrow$  Product의 단일 성분 일단계 반응모델을 채용하며 Reactant의 농도  $Y$ 와 기체와 고체의 온도  $T$ ,  $T_s$ 는 상류 frozen zone의 값  $Y_0$ ,  $T_0$ ,  $T_{s,0}$ 로 무차원화( $y = Y/Y_0$ ,  $\theta = (T - T_0)/(T_{ad} - T_0)$ ,  $T_{ad}$ : 단열화염온도)한다.  $\xi$ 는 반응대에 부착되어 움직이는 좌표계로서 화염의 두께 스케일  $d = k/\rho C_p U_b$  ( $k$ ,  $\rho$ ,  $C_p$ : 기체 열전도도, 밀도, 비열,  $U_b$ : 연소속도)로 무차원화 되었다.  $\text{Le}$ 는 Lewis 수,  $\beta$ 는 무차원 활성화에너지,  $\Lambda_L$ 은 단열화염의 연소율 고유치,  $m = U_b/U_{ad}$ 은 무차원 연소속도이다. 다공체 내부 대류열전달과 외부로의 열손실에 관한 무차원수  $N_i = \beta k h_{v,i} / \epsilon (\rho C_p U_{ad})^2$ ,  $N_e = \beta k h_{v,e} / \epsilon (\rho C_p U_{ad})^2$  ( $h_{v,i}$ ,  $h_{v,e}$ : 다공체 내·외부 체적평균 대류열전달계수,  $\epsilon$ : 기공율)는  $O(1)$ 의 크기를 갖는 것으로 가정한다.  $s$ 와  $\kappa$ 는 화염 전파속도  $V$ 와 다공체의 열전도도  $k_s$ 를 무차원화한 것으로 다음과 같이 정의한다.

$$s = \frac{(1 - \epsilon) \rho_s C_s V}{\epsilon \rho C_p U_b} = O(1), \quad \kappa = \beta^{-1} \frac{1 - \epsilon k_s}{\epsilon k} = O(1)$$

이제  $\beta \gg 1$ 으로부터 Fig. 1에 도시한 네 가지 영역에 대해 지배방정식 (1)-(3)의 해를 점근적으로 구하게 되는데, 그 과정은 수학적으로 다소 복잡하므로 그 과정과 결과만을 아래에 기술한다.

먼저 inner preheat zone  $\xi = O(1)$ 과 reaction zone  $\zeta \equiv \beta \xi = O(1)$ 에 대해 식 (3)을 살펴보면 leading-order에서  $s$ 를 포함하는 passive advection 항과 대류열전달 항이 사라지고 선형해가 얻어진다.

Outer preheat/re-equilibrium zone  $X \equiv \beta^{-1} \xi = O(1)$ 에서는 식 (3)의 모든 항이  $O(\beta^{-1})$ 로서 advection과 solid thermal diffusion, 내·외부 열전달 모두 균형을 이룬다. 반면에 식 (2)로부터 가스상의 에너지는 convection과 내부 열전달 만이

균형을 이룬다. 따라서 식 (2), (3)으로부터  $\theta$ 를 소거하면  $\theta_s = \Theta_{s,0} + O(\beta^{-1})$ 에 관한 3차 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\kappa \frac{d^3 \Theta_{s,0}}{dX^3} + \left( \frac{N_i}{m^2} \kappa - s \right) \frac{d^2 \Theta_{s,0}}{dX^2} - \frac{N_i(s+1) + N_e}{m^2} \frac{d\Theta_{s,0}}{dX} - \frac{N_i N_e}{m^4} \Theta_{s,0} = 0 \quad (4)$$

$\Theta_{s,0} = e^{\sigma X}$ 라 놓고 얻은  $\sigma$ 에 관한 3차 방정식의 세 실근은 하나의 양의 실근( $\lambda > 0$ )과 두 개의 음의 실근( $\mu_1, \mu_2 < 0$ )을 가져야만 한다. 이 때  $\lambda$ 와  $(\mu_1, \mu_2)$ 는 각각 convective preheat/re-equilibrium zone의 두께와 관련된다.

이제 다시 inner preheat zone과 reaction zone으로 돌아와서 식 (2)를 살펴보면 내부 열전달 항이  $O(\beta^{-1})$ 의 크기를 가지므로 leading-order의 해와는 관련이 없다. 따라서 화염의 구조는 통상의 자유전파화염의 그것과 같으며, 유일하게 다른 점은 화염대에 진입하는 가스가 outer preheat zone에서 예열된다는 것이고 그 예열온도는 outer preheat zone과의 matching에서 결정된다.

이와 같이 각 zone에서의 해를 구하고 서로 matching하는 과정을 통해 연소속도  $m$ 을 구할 수 있으며,  $O(\beta^{-1})$ 까지 해를 구한 결과는 다음과 같다.

$$-m^2 \ln m^2 = -\beta m^2 \Theta_0^{f-} + 2N_i - m^2 \Theta_1^{f-} \quad (5)$$

여기서  $\Theta_0^{f-} + \beta^{-1} \Theta_1^{f-} + O(\beta^{-2})$ 는 inner/outer preheat zone의 경계 지점에서 가스의 온도로서 다공체에 의한 예열온도에 해당하며  $\Theta_0^{f-}$ 는 다음과 같이 표현되고

$$\Theta_0^{f-} = \Theta_{s,0}^f \frac{m^2}{N_i} \left[ \frac{N_i + N_e}{m^2} + \lambda(s - \kappa \lambda) \right]$$

$\Theta_{s,0}^f$ 는 동일 지점에서 다공체의 온도(leading-order)로서 다음과 같고

$$\Theta_{s,0}^f = \frac{N_i}{\kappa m^2} (\lambda - \mu_1)^{-1} (\lambda - \mu_2)^{-1}$$

$\lambda, \mu_1, \mu_2$ 는 식 (4)의 해석에서 얻어진다.

식 (5)는 수치적으로 엄밀해를 구할 수 있으며 그 상세 결과를 발표할 예정이다. 다만 예열 효과가 없는 경우( $\Theta_0^{f-} = \Theta_1^{f-} = 0$ )에 대해 살펴보면

식 (4)는 비 단열(non-adiabatic) 자유전과화염의 해(참고 문헌 [13] 참고)와 같아짐을 확인할 수 있다.

effects on flame propagation and flame structure in a mesoscale tube, *Combust. Theory Model.*, 16 (2012) 507-536

## 후 기

본 연구는 한국에너지기술연구원의 주요사업으로 수행한 결과입니다(B4-2481-01)

## 참고 문헌

- [1] F.J. Weinberg, Combustion temperatures: The future?, *Nature* 233 (1971) 239-241
- [2] T. Takeno, K. Sato, An excess enthalpy flame theory, *Combust. Sci. Tech.*, 20 (1979) 73-84
- [3] V.S. Babkin, Filtrational combustion of gases. Present state of affairs and prospects, *Pure & Appl. Chem.*, 65 (1993) 335-344
- [4] J.R. Howell, M.J. Hall, J.L. Ellzey, Combustion of hydrocarbon fuels within porous inert media, *Prog. Energy Combust. Sci.* 22 (1996) 121 - 145
- [5] M.A. Mujeebu, M.Z. Abdullah, M.Z.A. Bakar, A.A. Mohamad, M.K. Abdullah, Applications of porous media combustion technology - A review, *App. Energy* 86 (2009), 1365 - 1375
- [6] B. Deshaies, G. Joulin, Asymptotic study of an excess-enthalpy flame, *Combust. Sci. Tech.*, 22 (1980) 281-285
- [7] J. Buckmaster, T. Takeno, Blow-off and flashback of an excess enthalpy flame, *Combust. Sci. Tech.*, 25 (1981) 153-158
- [8] F.M. Pereira, A.A.M. Oliveira, F.F. Fachini, Asymptotic analysis of stationary adiabatic premixed flames in porous inert media, *Combust. Flame*, 156 (2009) 152-165
- [9] F.M. Pereira, A.A.M. Oliveira, F.F. Fachini, Theoretical analysis of ultra-lean premixed flames in porous inert media, *J. Fluid Mech.* 657 (2010) 285-307
- [10] F.M. Pereira, A.A.M. Oliveira, F.F. Fachini, Maximum superadiabatic temperature for stabilized flames within porous inert media, *Combust. Flame* 158 (2011) 2283-2288
- [11] V.V. Zamashchikov and S.S. Minaev, Limits of flame propagation in a narrow channel with gas filtration, *Combust. Explo. Shock.* 37 (2001) 21-26.
- [12] Y. Ju and B. Xu, Theoretical and experimental studies on mesoscale flame propagation and extinction, *Proc. Combust. Inst.* 30 (2005) 2445-2453.
- [13] D.K. Lee, K. Maruta, Heat recirculation