

격자 볼츠만법을 이용한 단순 확장형 소음기 음향특성 해석 Acoustical Performance Analysis of Simple Expansion Silencer using Lattice Boltzmann Method

이송준‡, 이광세*, 정철웅†

Songjune Lee‡, Gwang-Se Lee*, Cheolung Cheong†

Key Words : CAA(전산공력음향학), Silencer(소음기), LBM(격자볼츠만법)

ABSTRACT

The Lattice Boltzmann Method (LBM) has attracted attention as an alternative numerical algorithm for solving fluid mechanics, and its intrinsic unsteadiness and weak numerical damping make it more suitable for aeroacoustic problems. In this paper, applicability of the LBM for solving flow noise problems is tested by applying it to predict transmission loss of a simple expansion silencer. The time history of the static pressure is recorded at the inlet and outlet pipes. The transmission loss (TL) of the muffler is computed by using three point method and two source method, respectively. The TL calculated using the LBM is compared with that computed using finite element method (FEM) and measured data. It is found through these comparisons that the LBM is capable of predicting TL of the simple expansion silencer accurately, which it is difficult to predict using the conventional CFD methods based on the RANS solvers.

기 호 설 명

- f_i : 입자분포함수
- f_i^{eq} : 평형입자분포함수
- c_s : 음속
- τ : 충돌완화계수
- ν : 점성계수
- ρ : 유체의 밀도
- w_i : 분포함수의 i 방향 가중치

1. 서 론

유동소음은 항공기 터보엔진부터 공기순환 팬에 이르기까지 다양한 산업현장에서 대두되고 있는 공

학적 문제이다. 관련 기계 장비 혹은 부품의 유동소음을 효과적으로 분석하고 저감하기 위해서는 이론 및 실험을 적용하기에 어려운 부분에 대하여 고차정확도의 전산해석기법을 적용하는 것이 필요하다. 1990년대 이후로 전산해석을 통한 유동소음의 발생 원인을 밝히기 위한 노력으로 전산공력음향학(Computational Aero-Acoustics, 이하 CAA)을 응용한 연구들이 활발하게 이루어지고 있다. CAA 수치기법들은 Navier-Stokes (NS) 방정식을 해석하기 위한 기존의 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics)에서 사용되는 수치방법들을 확장하여 사용하고 있고 크게 compact scheme 계열과 dispersion-relation-preserving (DRP) 기법 계열의 유한차분기법들이 많이 사용되고 있다^(1,2). 최근에는 이러한 NS방정식의 해석을 위한 수치기법의 대안으로 볼츠만 방정식을 이산화 하고 주어진 격자 내 확률분포함수를 계산하여 공간 내 입자의 거동을 분석하는 격자 볼츠만법(Lattice Boltzmann Method, 이하 LBM)^(3,4)이 주목받고 있다. 이와함께 LBM 을 이용한 유동소음 관련 연구도⁽⁵⁾ 활발히 진행되고 있다. CAA 분야에서 사용되는 많은 수치기

† 교신저자; 정희원, 부산대학교 응용음향연구소

E-mail : ccheong@pusan.ac.kr

Tel : +82-51-510-2311, Fax : +82-51-514-7640

‡ 발표자; 부산대학교 응용음향연구소

* 부산대학교 응용음향연구소

법들의 경우 1993년 이후 CAA Workshop에서 제시된 여러 기준 문제들을 통하여 그 응용의 유효성이 확보되었다. 따라서, LBM를 이용한 유동소음 관련 연구의 유효성을 확보하기 위해선 이러한 여러 CAA Benchmark 문제들을 통하여 정확성에 대한 정량적인 검증이 이루어져야 할 것으로 사료된다. 이러한 목적의 일환으로 선행연구에서는⁽⁶⁾ 덕트 내부의 사각 실린더에 의한 Aeolian 순음소음을 LBM을 이용하여 해석하였다. 본 논문에서는 보다 실질적인 문제의 응용을 위하여 3차원 형상의 단순 확장형 소음기(Simple Expansion Silencer)의 성능 해석을 LBM 기법을 이용하여 수행하였다. 선행연구에서 덕트내 사각 실린더에 의한 LBM기법을 이용하여 소음기 내부에 음원을 가진하고 그에 따른 투과손실을 계산하였으며, 그 결과를 평면과 가정에 따른 이론해와 유한요소법(Finite Element Method, 이하 FEM) 통한 해석해 그리고 기존의 실험값과 비교하였다. 특히, 소음기의 유/출입 경계에서 비 물리적인 반사파에 대한 영향을 최소화하기 위하여 Two-Source Method(이하 TSM)를 이용하여 단순 확장형 소음기의 투과손실(transmission loss, 이하 TL)을 계산하였다.

2. 기초 이론

2.1 LBM 수치 기법

본 절에서 LBM 기법을 간략히 기술한다. LBM은 이산화된 격자 내 입자의 이동과 충돌을 포함한 거동을 확률 분포함수로 정의한 볼츠만식을 지배방정식으로 하여 유동을 해석한다. 볼츠만 방정식의 충돌항을 1차로 완하시켜 단일완화시간(Single Relaxation Time, 이하 SRT)을 갖는 BGK⁽⁷⁾ (Bhatnagar Goss Krook) 모델과 3차원 해석 시 정사각형 격자를 이용하는 D3Q19⁽⁸⁾ 모델이 많이 사용되고 있다. D3Q19 모델에서의 입자 거동의 개략적인 모형은 Fig. 1과 같으며, 관련 모델은 다음과 같이 정의 한다.

$$f_i(\vec{r} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{r}, t) - \frac{[f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)]}{\tau} \quad (2.1)$$

여기서 f_i 는 입자분포함수이며, $f_i(\vec{r} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{r}, t)$ 는 각 방향의 입자분포 함수 값을 이동시키는 흐름(streaming) 과정을 나타내며 $[f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)]/\tau$ 는 점성계수에 의해 결정된 완화시간에 따른 충돌

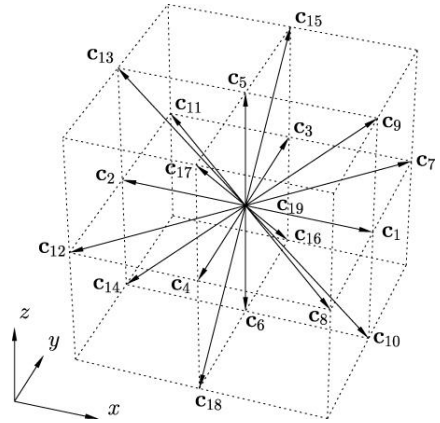


Figure 1 The geometry of the D3Q19 lattice with lattice velocity vectors. (From Martin Hecht et al. (8))

(collision) 과정을 설명한다. f_i^{eq} 는 국소평형분포함수(local equilibrium distribution function)이며 Maxwell-Boltzmann 분포함수를 속도의 2차 항까지 Taylor 전개하면 다음과 같다⁽⁹⁾.

$$f_i^{eq}(\vec{r}, t) = w_i \rho(\vec{r}, t) \left[1 + 3 \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{3 \vec{u}^2}{2 c^2} \right] \quad (2.2)$$

여기서, ρ 는 유체의 밀도이며, w_i 는 가중치(weighting)상수로서 요소에 따라 다음과 같은 값을 갖는다.

$$w_{1-6} = 2/36, \quad w_{7-18} = 1/36, \quad w_{19} = 12/36 \quad (2.3)$$

c 는 격자 속도로 등간격 정렬격자를 사용하는 LBM 특성상 간단하게 1로 나타낸다. \vec{c}_i 는 i 방향의 입자 속도를 나타낸다. 다음으로 유동특성을 결정짓는 점성계수는 아래와 같다.

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (2.4)$$

이 때 τ 는 충돌 후 입자가 평형상태에 도달하는 동안 걸리는 시간으로 단일시간완화계수라 하며, $c_s^2 = c/\sqrt{3}$ ⁽⁹⁾는 격자 내에서의 음속을 나타낸다.

D3Q19 모델의 각 격자 점에서 유체의 밀도와 운동량, 압력은 다음과 같이 정의된다.

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (2.5)$$

$$\rho \bar{u} = \sum_{i=0}^8 \bar{c}_i f_i \quad (2.6)$$

$$p = \rho C_s^2 \quad (2.7)$$

BGK 완화법에 따른 해석 유동장은 격자 내 각 방향의 확률분포함수 값에 따라 입자를 이동시키는 흐름과정과 점성계수에 의해 결정된 완화시간에 따른 충돌과정으로 정의되며, 이 때 유효한 경계조건에 의해 각 격자 점에서의 입자분포함수 값이 계산된다.

2.2 음향 해석 이론

소음기의 투과손실(Transmission Loss, 이하 TL)은 소음기를 투과한 음향파워(W_i)에 대한 입사 음향파워(W_i)의 비로서 아래와 같이 정의된다.

$$TL = 10 \log(W_i / W_i) \quad (2.8)$$

식 (2.8)를 이용한 성공적인 TL 계산을 위해선, 소음기 내부의 벽면과 급격한 단면적의 변화로 인한 임피던스(Impedance) 차이를 반영하고 수치해석이나 실험에서 경계조건으로부터 발생하는 비 물리적인 반사파 등이 충분히 소거된 순수한 입사 및 투과 음향파워가 필요하다. 따라서 소음기의 TL을 계산하는데 있어 반사파를 고려할 수 있는 여러 방법들이 이용되고 있다. 본 논문에서는 Tree Point Method와 Two-Source Method를 적용하였고 다음에서 각각의 방법에 대해서 간략히 기술하였다.

(1) Three Point Method⁽¹⁰⁾

Three point method(이하, TPM)는 음의 유입구역에 해당하는 관 내 두 점과 투과구역 관내의 하나의 점에서 획득한 음압을 입력값으로 투과손실을 구하는 방법이다. 개략적인 소음기 내 음압 획득지점은 Fig. 2와 같다. 이 때, 음의 유입구역에서의 입사파의 압력을 p_i , 반사파의 압력을 p_r 라 하면 두 점에서 측정된 압력의 관계는 다음과 같다.

$$p_1 = p_i e^{ikx_1} + p_r e^{-ikx_1} \quad (2.9)$$

$$p_2 = p_i e^{ikx_2} + p_r e^{-ikx_2} \quad (2.10)$$

위의 두식 (2.9), (2.10) 을 입사파의 압력 p_i 에 관한 식으로 정리하면 아래의 식(2.11)와 같다⁽¹⁰⁾.

$$p_i = -\frac{1}{2i \sin k(x_2 - x_1)} [p_1 e^{-ikx_2} + p_2 e^{-ikx_1}] \quad (2.11)$$

그리고 투과파의 압력을 $p_3 = p_t$ 라고 하면 TL은 다음의 식(2.12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$TL = 20 \log_{10} \left\{ \frac{|p_i|}{|p_3|} \right\} + 10 \log_{10} \left(\frac{S_i}{S_0} \right) \quad (2.12)$$

여기서 S_i, S_0 는 각각 입구단과 출구단의 관의 단면적을 나타낸다. TPM의 경우 출구단에서 반사파에 의한 영향은 고려할 수 없다.

(2) Two-Source Method⁽¹¹⁾

Fig. 2와 같이 나타낸 소음기 시스템을 입사/투과 음파 및 시스템 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

여기서, p_1, v_1, p_2 , 그리고 v_2 는 각각 입구와 출구단의 음압과 입자속도의 크기를 나타내며 A,B,C 그리고 D는 사단자 정수를 나타낸다. TSM를 적용하기 위해서는 먼저 입구단에 음원(Source)을 위치시켜 실험 또는 해석을 수행하여 음압을 측정하고 다시 출구단에 음원을 위치시켜 음압을 측정하는 두 번의 과정을 거치며, 점 2.3에 관한 사단자 정수 행렬식은 식(2.14)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} p_{2a} \\ v_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{23} & B_{23} \\ C_{23} & D_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{3a} \\ v_{3a} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

아래 첨자 a는 음원(Source)이 머플러를 기준으로 왼쪽에 위치한 경우에 대한 식을 나타낸 것이며 그 반대의 경우는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} p_{3b} \\ v_{3b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{23} & -B_{23} \\ -C_{23} & D_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{2b} \\ v_{2b} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} D_{23} & B_{23} \\ C_{23} & A_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{2b} \\ v_{2b} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

여기서, $\Delta = A_{23}D_{23} - B_{23}C_{23}$ 를 나타낸다. 식(2.14)와 (2.15)을 각각 수음점 1-2, 3-4 그리고 2-3에 관한 식으로 나타내면 아래의 식(2.16), (2.17)로 각각 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} p_{2a} \\ \frac{1}{B_{12}}(p_{1a} - A_{12}p_{2a}) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$= \begin{bmatrix} A_{23} & B_{23} \\ C_{23} & D_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{3a} \\ \frac{D_{34}}{B_{24}}p_{3a} + \left(C_{34} - \frac{D_{34}A_{34}}{B_{34}} \right) p_{4a} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_{3b} \\ \frac{1}{B_{34}}(\Delta_{34}p_{4b} - D_{34}p_{4a}) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} D_{23} & B_{23} \\ C_{23} & A_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{1b} \\ \left(\frac{C_{12}}{\Delta_{12}} - \frac{A_{12}D_{12}}{\Delta_{12}B_{12}} \right) p_{1b} - \frac{A_{12}}{B_{12}} p_{2b} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

여기서 $\Delta_{12} = A_{12}D_{12} - B_{12}C_{12}$, $\Delta_{34} = A_{34}D_{34} - B_{34}C_{34}$ 를 나타낸다. 위의 식 (2.16)와 (2.17)를 이용하여 사단자 정수를 구하면 각각 아래와 같다.

$$\begin{aligned} A_{23} &= \frac{\Delta_{34}(H_{32a}H_{34b} - H_{32b}H_{34a}) + D_{34}(H_{32b} - H_{32a})}{\Delta_{34}(H_{34b} - H_{34a})} \\ B_{23} &= \frac{B_{34}(H_{32a} - H_{32b})}{\Delta_{34}(H_{34b} - H_{34a})} \\ C_{23} &= \frac{(H_{31a} - A_{12}H_{32a})(\Delta_{34}H_{34b} - D_{34}) - (H_{31b} - A_{12}H_{32b})(\Delta_{34}H_{34a} - D_{34})}{B_{12}\Delta_{34}(H_{34b} - H_{34a})} \\ D_{23} &= \frac{(H_{31a} - H_{31b}) + A_{12}(H_{32b} - H_{32a})}{B_{12}\Delta_{34}(H_{34b} - H_{34a})} B_{34} \end{aligned} \quad (2.18)$$

여기서, $H_{ij} = p_j / p_i$ 이다. 유동을 무시할 수 있다고 가정하면 1-2와 3-4에 관한 사단자 정수는 다음의 식 (2.19)와 (2.20)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kl_{12} & j\rho c \sin kl_{12} \\ j \sin kl_{12} / (\rho c) & \cos kl_{12} \end{bmatrix} \Delta_{12} = 1 \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} A_{34} & B_{34} \\ C_{34} & D_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kl_{34} & j\rho c \sin kl_{34} \\ j \sin kl_{34} / (\rho c) & \cos kl_{34} \end{bmatrix} \Delta_{34} = 1 \quad (2.20)$$

l_{12} , l_{34} 는 각각 수음점 간의 거리를 나타낸다. 따라서 TSM의 TL은 다음의 식으로 나타낼 수 있다 (2.21).

$$TL = 20 \log_{10} \left\{ \frac{1}{2} \left[A_{23} + \frac{B_{23}}{\rho c} + \rho c \cdot C_{23} + D_{23} \right] \right\} + 10 \log_{10} \left(\frac{S_i}{S_0} \right) \quad (2.21)$$

3. LBM 해석

LBM 알고리즘의 수치적인 실행은 상용 소프트웨어인 PowerFLOW 5.0a를 사용하였다. 단순 확장관의 간략한 모델과 유체의 물성치는 Fig. 2와 Tab. 1에 간략하게 나타내었다. 해석시간은 0.3 초이며 해석시간 간격은 $3.8e^{-06}$ 초이다.

4. 단순 확장관의 TL 해석

먼저, LBM 결과와의 비교를 위하여 단순 확장관의 평면파에 대한 해석해와 기존 실험값⁽⁸⁾ 그리고 FEM을 이용한 TL 해석을 수행하였다. 이 때, FEM 해석은 상용 소프트웨어 LMS Virtual.Lab (Rev 8B)을 이용하였다. FEM을 통해 계산한 세 지점에서의

Table 1 Properties of the working fluid

Variable	Value
Working fluid	Air (ideal gas)
Mean velocity	0 m/s
Mean pressure	101325 Pa
Temperature	300 K
Viscosity	$1.575e^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

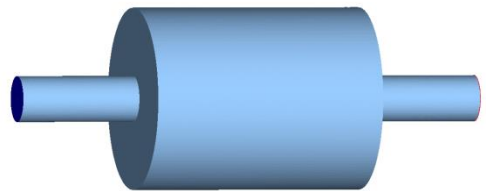
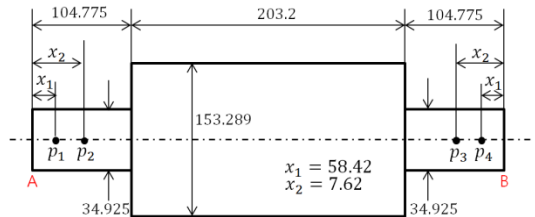


Figure 2 Simple expansion chamber (unit: mm)

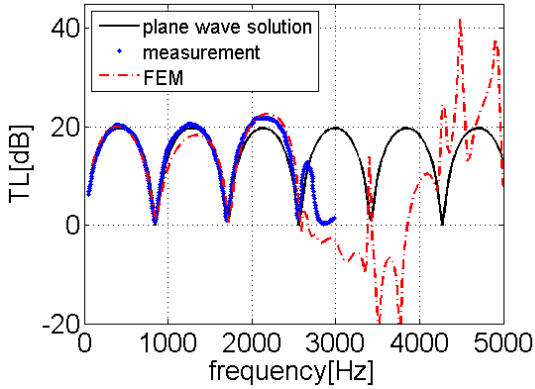


Figure 3 TL of simple expansion chamber comparisons plane wave solution, measurement, FEM

음압 결과를 입력 값으로 하여 TPM를 적용하여 TL를 해석하였다. 해석에 사용한 단순확장관의 반경 방향의 제 1 공명주파수인 한계주파수 (cutoff frequency)는 다음식을 이용해 구할 수 있으며 그 값은 2763.3 Hz이다.

$$f_c = \frac{1.22}{2a} C \text{ Hz} \quad (4.1)$$

여기서 C는 음속(m/s), a는 공동의 반경이다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이 세 가지 방법의 결과가 한계주파수 아래에서 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 하지만 한계주파수를 초과하면 세 결과가 차이를 나타내고 있는데, 이는 평면파가 가정이 더 이상 맞지 않아 TPM 이용한 TL의 계산이 더 이상 유효하지 않기 때문이다. 다음절에서 LBM을 이용하여 TL을 해석한 결과에 대해서 기술하도록 한다.

4.1 TPM를 이용한 TL 해석

LBM을 이용한 단순 확장관의 TL해석을 위하여 적용한 소음기의 입구 경계 조건은 대기압과 무작위 압력 섭동(white noise)의 중첩이며, 출구경계 조건은 대기압 조건이다. 출구에서의 반사를 줄이기 위해 출구관을 길게 늘이고 세 가지 영역에 각기 다른 점성도를 설정하였다. 압력 측정 지점은 각각 p_1 , p_2 그리고 p_3 (Fig. 2)이다. TL은 TPM를 이용하여 계산하였으며 Fig. 5에 그 결과를 나타내었다. 한계주파수 이전의 주파수 영역에서 평면파 가정에 따른 단순 확장관의 TL 특성을 보인다. 하지만 전 주파

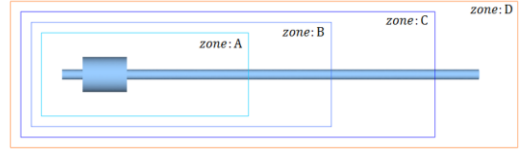


Figure 4 Simple expansion chamber for TPM

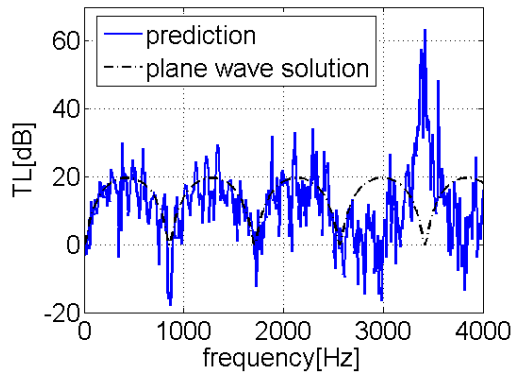


Figure 5 TL of simple expansion chamber calculated by TPM

주파수 영역에서 TL 값이 고주파의 섭동을 가지는 것을 볼 수 있다. 이는 단순 확장관의 출구에서 반사파를 완전히 줄이지 못하고 입구단 면적 전체를 가진하여 입사한 음향파위가 높아 생성된 의도치 않은 내부 유동에 의해 음향 특성이 달라진 것으로 이해된다.

4.2 TSM를 이용한 TL 해석

높은 음향파위에 의한 의도치 않은 유동을 줄이고 출구관에서의 반사파문제를 해결하기 위하여 TSM를 이용한 TL 해석을 수행하였다. Fig. 6에서와 같

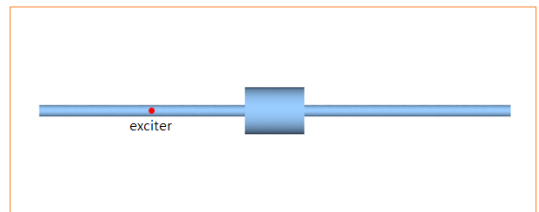


Figure 6 Simple expansion chamber for TSM

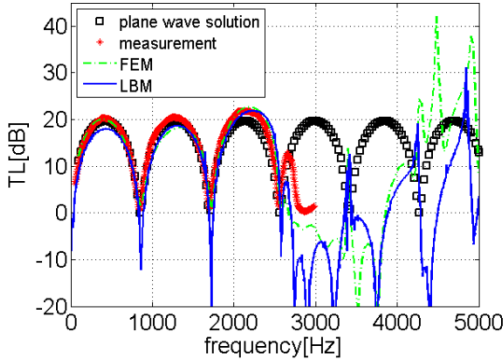


Figure 7 TL of simple expansion chamber calculated by TSM

이 점 음원 가지를 위한 exciter 설치를 위하여 입구관의 길이를 늘였으며 Fig. 2 와 같이 입구관에서 2개 출구관에서 2개의 수음점에서 압력을 측정하였다. 그리고 음원(exciter)이 출구관에 위치하는 경우에서의 해석도 수행하였으며 수음점의 위치는 이전과 같다. Fig. 7에 그 결과를 나타내었으며 그 결과가 평면파 가정 해석해, FEM 그리고 실험값과 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다.

5. 결 론

LBM을 이용하여 단순 확장형 소음기의 음향특성을 해석하였다. 입구와 출구의 경계에서의 비 물리적인 반사파가 존재하여 TL 해석에서 결과에 큰 영향을 미침을 확인하였으며 이를 해결하는데 TSM를 이용한 TL 해석이 매우 효과적임을 확인 하였다. LBM의 지배방정식인 볼츠만 방정식은 궁극적으로 NS방정식으로 유도할 수 있다. 즉 LBM방법은 NS 방정식을 해석하는 CFD 방법과 유사하다고 고려할 수 있지만 기존 CFD 방법들은 수치점성이 매우 커서 음향문제를 해석하는데 어려움이 따르는 것으로 알려져 있는 반면에, 본 논문에서 제시한 바와 같이 LBM은 수치점성이 매우 작아서 음향문제도 성공적으로 해석할 있다는 것을 확인하였다. 향후, LBM 기법을 이용하여 소음기 내부에 유동이 존재하는 경우 유동장과 음장을 동시에 계산하여 유동장과 음장의 상호작용을 고려한 소음기 성능평가를 수행하고자 한다.

이 논문은 2013년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No.NRF-2013R1A1A2012672). 그리고 산업통상자원부의 산업융합원천기술개발사업(10045337)에 의하여 지원되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) C. Cheong, S. Lee, 2001, The effect of discontinuous boundary conditions on the directivity of sound from a piston, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, Issue 3, pp.423~443.
- (2) S. K. Lele, 1992, Compact finite difference scheme with spectral-like resolution, *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, pp.16~42
- (3) Michael C. Sukop, Daniel T. Thorne, jr., 2006, *Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers*, Springer
- (4) Frisch, U., Hassacher, B. and Pmeau Y., 1986, Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equations, *Phys. Rev. Lett*, Vol.56, pp.1505~1508.
- (5) F. Pérot, M.S. Kim, S. Moreau, M. Henner, D. Neal, Direct aeroacoustics prediction of a low speed axial fan, 2010, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 3887.
- (6) S. Lee, C. Cheong, 2014, Investigation on Aeolian tone noise by a square cylinder in duct using Lattice Boltzmann Method, *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference*, pp.579~580.
- (7) Bhatnagar, P.L., Gross, E.P. and Krook, M., 1954, A model for collision process in gases. I: small amplitude processes in charge and neutral one-component system, *Phys. Rev.*, Vol.94, pp.511~525.
- (8) Martin Hecht, Jens Harting, 2010, Implimentation of on-site velocity boundary conditions for D3Q19 lattice Boltzmann simulations. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 10.1088/1742-5468.
- (9) Y. H. Qian, D. D'Humières and P. Lallemand., 1992, Lattice BGK models for Navier Stokes equation, *Europhys Lett.*, Vol. 17, pp.479~484.
- (10) T. W. Wu , G. C. Wan, 1996, Muffler performance studies using a direct mixed-body boundary element method and a three-point method for evaluating transmission loss, *Journal of Vibration and*

Acoustics, Vol. 118, pp.479~484

(11) Z. Tao, A. F. Seybert, 2003, A Review of Current Techniques for Measuring Muffler Transmission Loss, Society of Automotive Engineers, 2013-01-1653

(12) Z. Tao, F. Seybert, 2003, A Review of Current Techniques for Measuring Muffler Transmission Loss, Society of Automotive Engineers, 2013-01-1653