

# 유한한 내부 구조물이 결합된 실린더의 파동해석

## Wave Analysis of cylinders with finite internal structures

정병규<sup>‡</sup> · 홍진숙<sup>†</sup> · 유정수\* · 정의봉\*\* · 신구균\*\*\*

Byung-Kyoo Jung, Chin-suk Hong, Jungsoo Ryue, Weui-Bong Jeong and Ku-kyun Shin

**Key Words**: Wave propagation(파동 전파), Dispersion diagrams(분산도표), Mobility and impedance coupling

### ABSTRACT

The wave analysis of cylinders combined rigidly with a finite plate to identify the effect of the plate on the wave propagation. This paper uses the mobility and impedance coupling method to combine a infinite-length cylinder with the plate, and obtains the coupling forces induced by the vibration of the structure. The waveguide finite element method is used to calculate the wave characteristics of the cylinder excited by the forces. From the results, the dispersion diagram can be obtained. It contains the characteristics induced by the vibration and length of the internal plate. It also shows the wave propagation of elastic waves sustained in the cylinder.

### 1. 서 론

길이 방향으로 단면이 일정한 무한 실린더에 존재하는 파동에 대한 연구는 실린더의 진동·소음해석 뿐 아니라 구조물 내 파동의 전파특성 파악 및 상태 진단(health monitoring)에 있어 매우 중요하다. 이와 관련된 단순 실린더의 파동해석에 관한 연구는 이론적 또는 실험적으로 다양하게 수행되었다<sup>(1,2)</sup>. 그러나 실제 현장에 사용되는 실린더는 필요에 따라 내부 구조물이 결합되는 경우가 있다. 내부 구조물이 결합된 실린더는 기존의 단순 실린더와는 상당히 다른 파동특성을 가진다. 때문에 이와 관련된 연구가 추가적으로 필요한 실정이나 아직까지 다루어지지 못하였다.

이에 본 논문에서는 유한 길이의 내부 구조물이

결합된 실린더의 파동해석을 수치해석기법을 통하여 다루고자 한다. 유한 길이의 내부 구조물과 무한 길이 실린더의 결합을 다루기 위해 본 논문에서는 impedance and mobility coupling 기법을 적용하였다. 그리고 내부 구조물의 진동해석은 유한요소해석 기법을 이용하였으며, 무한 길이 실린더의 진동해석은 도파관 유한요소해석 기법인 waveguide finite element method(WFEM)을 이용하였다. 본 논문에서는 이를 통해 내부 구조물의 영향을 고려한 실린더의 진동을 계산하고, 분산선도를 추정하여 파동의 전파특성을 분석하였다.

### 2. 구조물의 결합 기법

주 구조물에 부 구조물의 특성을 고려하는 방법에는 여러 가지가 존재한다. 본 논문에서 사용한 결합 기법은 구조물의 전달함수를 이용하는 방법 중 하나인 impedance and mobility coupling이다<sup>(3)</sup>. 이 방법을 이용하여 떨어진 두 구조물을 결합하는 과정은 아래와 같다. 만약 Fig.1의 (a)과 같이 떨어진 두 구조물이 있다고 하면, 각 구조물의 속도와 힘 사이의 관계식은 mobility에 의해 다음과 같이 정의된다.

<sup>†</sup> 교신저자; 정회원, 울산과학기술대학교 기계공학부

E-mail : cshong@uc.ac.kr

Tel : (052)279-3134, Fax : (052)270-3137

<sup>‡</sup> 발표자; 부산대학교 대학원 기계공학부

\* 울산대학교 조선해양공학부

\*\* 부산대학교 기계공학부

\*\*\* 국방과학연구소

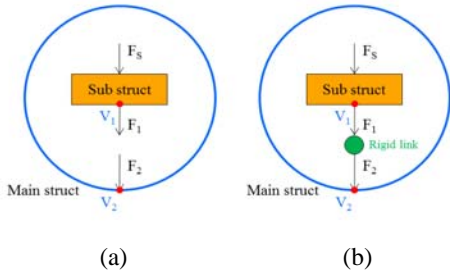


Fig.1 Example of impedance and mobility coupling

$$V_1 = Y_{11}F_1 + Y_{1s}F_s \quad (1)$$

$$V_2 = Y_{22}F_2 \quad (2)$$

여기서  $V_i$ 와  $F_i$ 는  $i$ 점에 대한 속도 및 힘 벡터이며  $Y_{ij}$ 는  $j$ 점 가진에 대한  $i$ 점의 mobility이다. 이때 두 구조물이 Fig.1의 (b)와 같이 강결합(rigid link)되어 있다고 하면, 결합에 의해 발생하는 방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$F_1 = -F_2, \quad V_1 = V_2 \quad (3)$$

위 식에서 부 구조물에 작용하는 힘  $F_s$ 와 모든점 사이의 mobility,  $Y_{ij}$ 를 알고 있다고 하면 미지수는  $V_i, F_i$  ( $i = 1, 2$ )가 된다. 따라서 변수와 미지수 사이의 방정식은 식(4)와 같이 정의되며, 미지수는 역 문제(inverse problem)를 통해 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -Y_{11} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -Y_{22} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_{1s}F_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

이때 힘  $F_2$ 는 부 구조물의 진동특성이 고려된 힘으로, 이를 이용하면 부 구조물의 영향이 고려된 주 구조물의 진동해석을 수행할 수 있다.

### 3. 수치해석

#### 3.1 해석모델

본 논문에서 사용하는 실린더 모델과 내부 구조물(유한 길이 평판)의 제원은 Table 1과 같다.

Table 1 Material properties of the analysis model

	Cylinder	Internal plate
Size	R=0.675m, t=8mm	1.18×2.36×0.8m <sup>3</sup>
Elastic modulus	210GPa	210GPa
Poisson ratio	0.3	0.3
Density	7850kg/m <sup>3</sup>	7850kg/m <sup>3</sup>

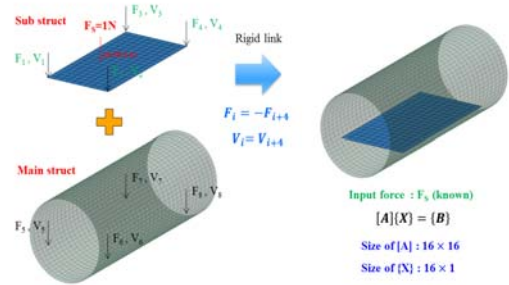


Fig.2 Cylinder combined with a internal plate

두 구조물이 Fig.2와 같은 형태로 원점에서  $-30^\circ, 210^\circ$  부근에 4지점이 강결합되어 있다. 이때 두 구조물 사이 결합 자유도는 수직방향만을 고려하였다.

#### 3.2 내부 구조물의 결합 및 분산선도 예측

3.1절에 나타낸 유한 길이 평판을 무한 길이 실린더에 결합하기 위하여 2장에서 설명한 impedance and mobility coupling 기법을 사용하였다. 이때 각 구조물의 mobility는 유한요소기법과 WFEM 기법을 통해 계산하였다. 이로부터 산출한 유한 길이 내부 평판의 특성을 고려한 힘(실린더에 작용하는 힘)은 Fig.3과 같다.

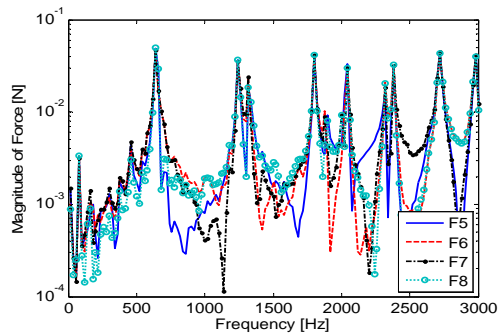


Fig.3 Forces induced by a internal plate

Fig.3을 보면 평판의 고유진동수(660Hz, 1240Hz, 1320Hz)에서 힘이 크게 나타나는 것을 살펴볼 수 있었다. 이러한 힘을 WFEM의 지배방정식<sup>(4)</sup>인 식(5)의 우변에 입력하면 실린더에 대한 진동해석이 수행 가능하다.

$$[K(\kappa) - \omega^2 M] u(x, \omega) = F(x, \omega) \quad (5)$$

식(5)에서 계산된 진동결과는 주파수(frequency)와 길이방향 파수(wavenumber)에 관한 함수로서 주파수와, 파수의 2차원 평면에 원점을 기준으로 210° 부근의 응답의 크기를 색으로 나타내면 유한한 내부 구조물이 결합된 실린더의 분산특성은 Fig.4와 같이 나타난다.

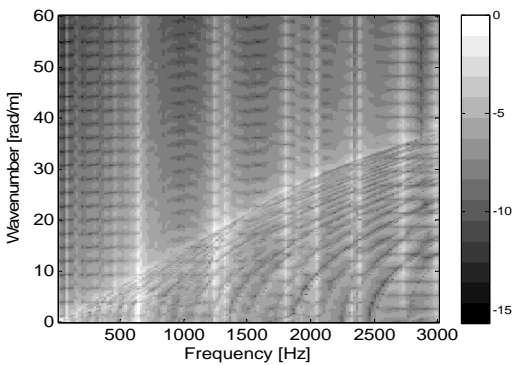


Fig.4 Dispersion diagram of the cylinder combined with an internal plate

Fig.4은 실린더의 탄성파(axial, bending, torsional wave)와 내부 구조물의 결합에 의한 파동특성을 나타내고 있다. 이때 내부 구조물인 평판과 실린더의 결합으로 생기는 파동특성은 두 가지이다. 먼저 내부 구조물의 고유특성이 정재파(standing wave)의 형태로 주파수 축에서 나타나고 있으며, 두 번째로는 평판의 유한 길이로 정해지는 파수의 배수 성분이 상쇄되어 전파하지 못하는 현상이 보이고 있다.

#### 4. 결 론

본 논문은 유한의 길이를 가지는 내부 구조물인

평판이 무한 길이의 실린더에 강결합되었을 때, 결합 구조물이 갖는 파동 특성을 분석하는 연구이다. 본 논문에서는 유한 길이의 평판과 무한 길이의 실린더를 결합하기 위하여 impedance and mobility coupling 기법을 사용하였다. 결합 기법을 통해 실린더의 관점에서 유한 길이의 평판 특성을 고려한 힘을 계산하였고, 이를 입력하여 무한 길이 실린더에 대한 주파수 및 파수별 진동을 계산하고 분산특성을 분석해보았다. 유한한 내부 구조물이 결합된 실린더의 파동특성은 다음과 같다.

- (1) 유한한 내부 구조물의 결합이 실린더 고유파동에 영향을 주지 않는다.
- (2) 내부 구조물의 고유특성이 분산도표에서 정재파의 형태로 나타난다.
- (3) 내부 구조물의 유한 길이에 해당하는 파수의 배수 성분이 전파하지 못하는 현상이 나타난다.

#### 참 고 문 헌

- (1) A. W. Leissa, 1973, Vibration of shells, National Aeronautics and Space Administration, Washington DC, NASA SP-288.
- (2) C. R. Fuller, F. J. Fahy, 1982, Characteristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical elastic shells filled with fluid, Journal of Sound and Vibration, Vol. 81, No. 4, pp. 501-518.
- (3) F. J. Fahy, J. G. Walker, 2004, Advanced Applications in Acoustics, Noise and Vibration, Spon Press(Chapter 9 Mobility and impedance methods in structural dynamics)
- (4) J. Ryue, J. Thompson, 2011, Waves propagating in railway tracks at high frequencies, Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 791~796.