

방사 음장을 이용한 원통형 방사체의 형상 추정

A method for estimating the shape of a finite cylindrical radiator from its pressure field

김구환† · 김양한†

Koo-Hwan Kim and Yang-Hann Kim

Key Words : Shape estimation(형상 추정), Cylindrical radiator(원통 방사체), Finite cylinder(유한 원통)

ABSTRACT

A method for estimating the cylindrical shape of a sound radiator is presented. It assumes that sound field can be measured by a linear array. A sound field, due to the radiator vibrating with uniform velocity, can be determined by its shape, size, and orientations. Measured data also can be varying from the array's position. To predict the shape of radiators from these measured data, mathematical relation between geometric parameter and measured information is needed. Assume that a radiator is cylinder, the magnitude and phase of measured pressure is related with the length and diameter of radiator, respectively. In this paper, the method for estimating length and shape of a finite cylinder by using its radiated pressure is proposed and verified through experiment.

기 호 설 명

- ρ_0 : 매질의 밀도
- c : 음파 속도
- U_0 : 방사체 표면 속도
- k : 파수(wave number)

다. 원통 방사체의 표면 속도는 일정하다고 가정할 때, 측정되는 음압은 방사체와 측정 위치 사이의 상대적인 좌표, 방사체의 형상, 방사체의 방향에 의해 결정된다. 이에 측정위치를 알고 있다고 가정할 때 원통형 방사체의 길이와 반지름, 그리고 어레이와 방사체 사이의 각도를 예측할 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

1. 서 론

본 연구에서는 유한한 길이를 가진 원통형 방사체에서 음압이 방사될 때, 이 음압 정보를 이용하여 이 방사체의 길이와 그 지름을 추정하고자 한다. 실제 환경에서는 방사체에서 방사되는 음장 전체를 측정하지 않고, 어레이를 이용해 그 일부만 측정하기 때문에, 제한된 음압 정보만 이용해서는 방사체의 형상을 정확하게 예측할 수 없다. 본 논문에서는 방사체에서 방사되는 음장의 수학적 모델을 이용한

2. 문제 정의

2.1 원통형 방사체 음장의 수학적 모델

방사체에서 방사된 음장을 이용해 이 방사체의 형상정보를 추정하기 위해서는 방사체의 형상과 관련된 파라미터와 음장사이의 관계를 알아야 한다. 유한한 길이를 가진 숨쉬는 원통 방사체에 의한 음장은 해석적인 해를 얻을수 없기 때문에⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾, 이 원통형 방사체를 그림1와 같이 무한한 배플 상태의 원통 위에 일부만 방사하는 형태로 근사화 한다. 지름이 $2a$ 이고, 방사되는 길이가 $2b$ 인 방사체의 음장은 다음과 같이 정의된다⁽⁵⁾.

$$P(r, \theta) = \frac{2\rho_0 c U_0 b}{\pi} \frac{\text{sinc}(kb \cos \theta)}{\sin \theta H_1(ka \sin \theta)} \frac{e^{jkr}}{r} \quad (1)$$

† 교신저자; 김양한, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : yanghannkim@kaist.ac.kr
Tel : 042-350-3025

‡ 한국과학기술원 기계공학과

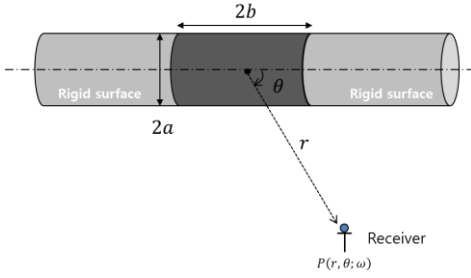


Figure 1. - Schematics of the active band of a finite length on an otherwise rigid, infinitely long cylinder

분포의 $H_1(z)$ 는 1종 1차 한켈 함수(the first order Hankel function of the first kind)를 나타낸다. 이 음장은 원통 방사체의 중심으로 부터 정의되고, 문제를 간단히 하기 위해 위의 한켈 함수를 근사화 하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$P(r, \theta) = \frac{2\rho_0 c U_0 b}{\pi} \text{sinc}(kb \cos \theta) \sqrt{\frac{\pi ka}{2 \sin \theta}} \frac{\exp\{jk(r - a \sin \theta)\}}{r} \quad (2)$$

식 (1),(2)를 살펴보면, 측정되는 음장은 측정 위치에 대한 파라미터 r, θ 와, 방사체의 형상과 관련된 정보 a, b 에 의해 결정됨을 알 수 있다. 파수 k 는 dispersion relation $k = 2\pi f/c$ 로 나타낼 수 있고, 이를 식 (2)에 적용한다. 만일 방사체 표면 속도가 전 주파수 대역으로 진동한다면, 위의 식 (2)는 어떤 위치 (r, θ) 에서 측정되는 음압의 스펙트럼과 같다고 볼 수 있다. 따라서 원통형 방사체의 위치와 측정 위치를 안다고 가정했을 때, 측정되는 음압 스펙트럼은 방사체의 길이 정보 b 와 지름 a 를 포함하는 식 (2)로 모델링 할 수 있다.

2.2 원통형 방사체의 길이 및 지름 추정

식 (2)를 살펴보면 3개의 항이 곱해진 결과이다. 첫 번째 항은 측정 위치나, 주파수에 상관없는 $2\rho_0 c U_0 b/\pi$ 이고, 마지막 항은 단극 음원에 의한 방사 음장과 같은 형태이다. 이 주파수 스펙트럼의 크기(magnitude)는 두 번째 항 $\text{sinc}(kb \cos \theta) \sqrt{\pi ka/2 \sin \theta}$ 에 의해 결정된다. 여기서 원통 방사체의 길이 b 는 sinc 함수의 변수가 된다. Sinc 함수는 변수가 π 의 배수일 때마다 주기적으로 0을 지나게 되고, 따라서 식(2) 의 스펙트럼은

다음과 같은 주파수에서 0을 지나게 된다.

$$n\pi = kb \cos \theta = \frac{2\pi f_n}{c} b \cos \theta, \quad (3)$$

$$\therefore f_n = \frac{nc}{2b \cos \theta}$$

그림 2와 같이 스펙트럼에서 0이 되는 주파수 사이의 간격은

$$\Delta f = f_{n+1} - f_n = \frac{c}{2b \cos \theta} \quad (4)$$

와 같다.

위의 식 (4)에 의해 유한한 원통형 방사체의 길이는 다음과 같이 스펙트럼이 0이 되는 주파수 사이의 간격 Δf 에 의해 결정된다.

$$\hat{b} = \frac{c}{2\Delta f \cos \theta} \quad (5)$$

원통형 방사체의 지름 a 를 추정하기 위해서는 식 (2)의 위상정보를 이용하고자 한다. 음압 스펙트럼의 위상은 다음과 같다.

$$\arg(P(r, \theta)) = \frac{2\pi f}{c} (r - a \sin \theta) - \frac{3}{4} \pi + \{\text{sgn}(\text{sinc}(kb \cos \theta)) - 1\} \pi \quad (7)$$

위의 식(6)에서 두번째 항은 앞에 sinc 함수가 양의 값 혹은 음의 값을 가질 수 있기 때문에 나타난 결과이다. 위상은 주파수에 대해 선형 증가하는 형태로 나타나고, 이때의 기울기는 측정위치 r 과 a 의 함수로 나타난다. 또 이 기울기는 원통 방사체의 길이 b 에 무관하게 나타난다. 따라서 방사체의 반지름 a 는 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{a} = \frac{1}{\sin \theta} \left\{ r - \frac{c}{2\pi} \frac{\Delta \{\arg(P)\}}{\Delta f} \right\} \quad (8)$$

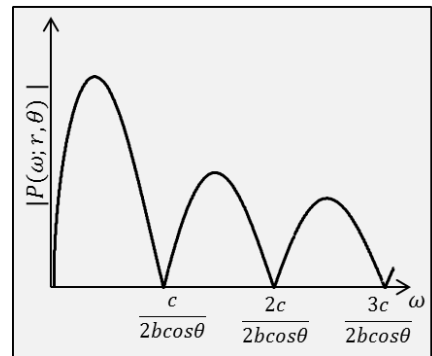


Figure 2. - Magnitude of the equation (2), the zero-crossing frequencies are integer multiples of $c/2b \cos \theta$

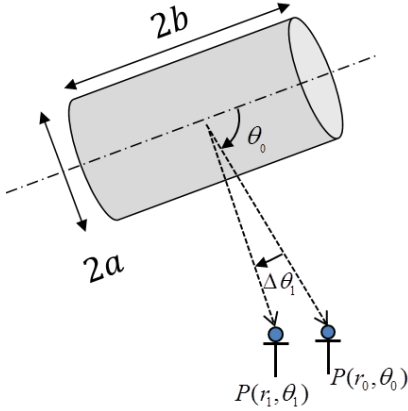


Figure 3. – Geometry of microphone and finite cylinder

2.3 원통형 방사체의 방향 추정

2.2장의 추정방법들은 모두 방사체와 어레이 사이의 각도 θ 를 정확히 알고 있다는 가정하에 적용할 수 있다. 하지만 실제 방사체의 중심과 측정 지점 사이의 거리를 안다고 하더라도, 원통의 중심축을 모르기 때문에 정확한 θ 를 알 수 없다. 그림 3에서 다시 살펴보면 원통 방사체의 중심 O 과 각 센서 사이의 위치를 알고 있을 때 우리가 알 수 있는 각도 정보는 두 마이크로폰 사이의 상대적인 각도 $\Delta\theta_1$ 만 알고, 실제 원통 방사체의 방향 θ_0 는 여전히 알 수 없다. 따라서 방사체의 형상을 추정하기 위해서는 θ_0 를 정확하게 추정해야 할 필요가 있다. M 개의 마이크로폰을 이용해 측정된 음압을 벡터로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{P} = [P(r_0, \theta_0) \quad P(r_1, \theta_1) \quad \dots \quad P(r_{M-1}, \theta_{M-1})]^T$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\text{sinc}(kb \cos \theta_0)}{\sqrt{\sin \theta_0}} \exp\{-jk(r_0 - a \sin \theta_0)\} r_0 \\ \vdots \\ \frac{\text{sinc}(kb \cos(\theta_0 + \Delta\theta_{M-1}))}{\sqrt{\sin(\theta_0 + \Delta\theta_{M-1})}} \exp\{-jk(r_0 - a \sin(\theta_0 + \Delta\theta_{M-1}))\} r_0 \end{bmatrix}$$

(9)

위의 벡터를 수학적으로 살펴보면 초월함수 안에 미지수 a, b, θ_0 들의 곱으로 나타난 형태이다. 이 때문에 위의 음압 벡터가 아닌 다른 특성을 이용해 θ_0 를 추정해야 한다. 식 (5)에서 스펙트럼이 0이 되는 주파수 간격은 a 와 무관하게 결정된다. 따라서 이 주파수 간격들을 벡터로 나타내면,

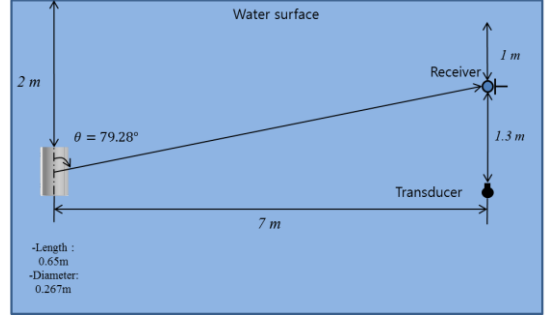


Figure 3. – Experiment configuration

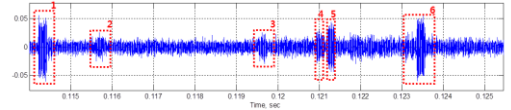


Figure 4. – Measured signal from the receiver; the path of the first pulse is from the transducer to the receiver directly. The second one is scattered by cylinder and surface. The third one is reflected by side-wall.

$$\Delta \vec{f} = [\Delta f_0 \quad \dots \quad \Delta f_{M-1}]^T$$

$$= \begin{bmatrix} c/2b \cos \theta_0 \\ \vdots \\ c/2b \cos(\theta_0 + \Delta\theta_{M-1}) \end{bmatrix} = \frac{c}{2b} \begin{bmatrix} 1/\cos \theta_0 \\ \vdots \\ 1/\cos(\theta_0 + \Delta\theta_{M-1}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

과 같이 특성 벡터가 θ_0 하나에 의해 결정됨을 알 수 있다. 따라서 임의의 스캔 벡터

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1/\cos \hat{\theta} \\ \vdots \\ 1/\cos(\hat{\theta} + \Delta\theta_{M-1}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

를 만들고 $\hat{\theta}$ 를 변화시켜가면서 $\vec{v}/|\vec{v}|$ 와 측정된 $\Delta \vec{f}$ 사이의 내적이 최대가 되는 $\hat{\theta}$ 를 선정하면 이 각도가 원통 방사체의 방향이 된다.

3. 실험 결과

측정된 음압 스펙트럼으로부터 방사체의 길이와 반지름을 구하는 알고리즘에 대한 검증을 위해 그림 3와 같은 수조에서 실험을 실시했다. 트랜스듀서에서 방사되는 신호는 0.2ms의 길이를 가진 70kHz-100kHz Linear Chirp 신호를 사용했다. 그림 4는 Time domain에서 Receiver를 통해서 받은 신호를 나타낸다. 통제된 실험환경의 수조의 벽이나 수면사

이 길이를 이용해 여러 반향 신호 중에서 원통 타겟에 직접 맞고 반사되는 신호를 찾았고, 이를 방사체에서 방사하는 음압이라고 가정하였다. 그림 5은 타겟을 맞고 반사되어 나온 신호의 스펙트럼의 크기를 나타낸 결과이다. 그래프에서 점선은 식(2)에 의해 모델링한 스펙트럼을 나타내고, 실선은 실험을 통해 얻은 스펙트럼을 나타낸다. 실제 실험 데이터에서는 스펙트럼이 0이 되는 지점이 발생하지 않는데 이는 측정잡음에 의해 스펙트럼이 0이 되는 지점에서 noise가 발생했기 때문이고, 모델링한 무한 배플 원통 방사체의 스펙트럼이 유한한 경우에는 해당 주파수에서 0이 아닌 일정한 값을 가지기 때문이다. 따라서 0이 되는 주파수 사이의 간격이 아닌 극소점의 주파수 사이의 간격을 이용해 원통의 길이를 추정했을 때, 그 길이는 0.6834m로 실제 크기보다 약 5% 오차를 가지고 추정할 수 있었다.

그림 6은 측정된 음장의 위상변화를 나타낸 그래프이다. 그림 6과 마찬가지로 점선은 식(2)에 의한 위상 변화를, 실선은 실험에 의한 스펙트럼의 위상 변화를 나타낸다. 주파수 변화에 따른 기울기가 일정함을 확인했고, 이 기울기를 이용한 방사체의 지름 추정 결과는 0.368m로 약 38%의 상대 오차가 발생했다.

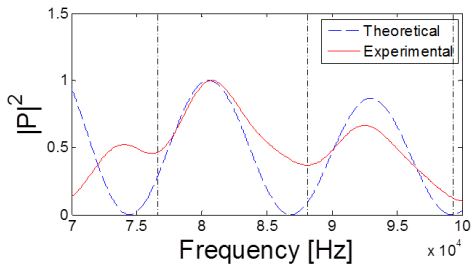


Figure 5. – The magnitude of the measured spectrum

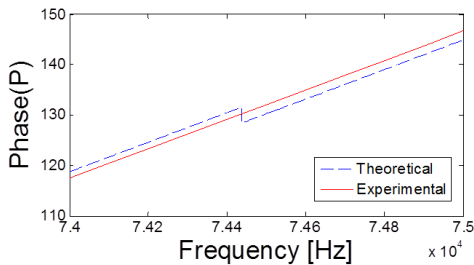


Figure 6. – The phase of the measured spectrum

4. 결 론

본 논문에서는 음압 데이터를 이용하여 유한한 길이의 원통형 물체의 길이와 반지름을 예측할 수 있는 방법을 제안했다. 측정위치와 방향에 따라 각 측정위치에서의 음압 스펙트럼은 sinc 함수와 유사한 형태로 나타나고, 이 스펙트럼의 0이 되는 주파수 사이의 간격을 이용해 방사체의 방향과 길이를 추정하고, 주파수 변화에 따른 위상 변화를 이용해 방사체의 반지름을 추정했다. 실제 실험에서 방사체의 길이와 반지름은 실제 값보다 각각 5%, 30% 크게 나타남을 확인했다.

후 기

This work was supported by the Ministry of Trade, Industry and Energy (MOTIE) grant funded by the Korea government (No. 10037244), and the BK21 (Brain Korea 21) project initiated by the Ministry of Education, and Unmanned Technology Research Center (UTRC) at Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST), originally funded by DAPA, ADD.

참 고 문 헌

(1) W. Williams, N.G. Parke, D.A. Moran, and D.H. Sherman., 1996, Acoustic radiation from a finite cylinder., J Acoust Soc Am.;100(1):31-48.

(2) N.D. Perreira and D. Dawe., 1984, An analytical model for noise generated by axial oscillations of un baffled cylindrical elements., J Acoust Soc Am.;75 (1):80-87

(3) 박찬일, 2008, 축대칭 원통 탄성 쉘의 진동 음향, 한국소음진동공학회 2008년 춘계학술대회 논문집 ;KSNVE08S-07-04.

(4) J.M. McCormick and M.L. Baron., 1965, Sound radiation from submerged cylindrical shells of finite length., Trans of ASME.; Ser.B 87:393-405

(5) D.T. Laird and H. Cohen., 1952, Directionality patterns for acoustic radiation from a source on a rigid cylinder. J Acoust Soc Am.,;24 (1):46-50.