

고유진동수와 고유모드를 이용하여 외팔보의 다중 크랙 탐지 Detection of Multi-Crack using Modified Dynamic Characteristics of Cantilever

김정호* · 이정우* · 이정윤†

Jung Ho Kim, Jung Woo Lee and Jung Youn Lee

1. 서 론

본 연구에서는 외팔보의 다중 크랙 발생 전, 후의 고유벡터와 고유진동수를 이용하여 크랙을 탐지한다.

2. 이 론

2.1 회전스프링 사용하여 크랙 묘사

Chondros (1998)에 의하여 유도된 회전 스프링을 사용하여 크랙을 묘사하였다.

$$\psi^* = \frac{6\pi(1-\nu^2)M_z h g(s)}{EI_{zz}} \quad (1)$$

여기서, $s = (a/h)$ 로 크랙의 깊이 a 와 단면의 높이 h 에 대한 비이며

$$g(s) = 0.6272s^2 - 1.04533s^3 + 4.5948s^4 - 9.9736s^5 - 9.9736s^5 + 20.2948s^6 - 33.035s^7 + 47.1063s^8 - 47.1063s^9 + 19.6s^{10} \quad (2)$$

식(1)로부터 회전 스프링 강성(k_θ)을 얻을 수 있으며 그 방정식은 다음과 같다.

$$k_\theta = \frac{EI_{zz}}{6\pi(1-\nu^2)hg(s)} \quad (3)$$

2.2 다중 크랙 탐지 알고리즘

1) 고유벡터 변화량 행렬 $[\Delta\phi]$ 을 구하고 감도계수 행렬 $[\alpha]$ 을 구한다.

2) 감도계수 행렬로부터 다음과 같은 반

복법을 사용하여 ΔK_{ij} 를 구한다.

$$\Delta K_{ii}^{(1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2, \quad i = j \quad (4)$$

$$\Delta K_{ij}^{(1)} = \alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2, \quad i \neq j \quad (5)$$

$$\Delta K_{ii}^{(i+1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2 - 2\alpha_{ii}\omega_{oi}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 - \omega_{ok}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ki}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i = j \quad (6)$$

$$\Delta K_{ij}^{(i+1)} = \alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \omega_{ok}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{jk}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i \neq j \quad (7)$$

3) 위에서 구한 ΔK_{ij} 을 일반화된 강성 변화량 행렬인 $[\Delta K_{ij}]$ 로 만든다.

$$4) [\Delta K] = \{[\phi_o]^T\}^{-1} [\Delta K_{ij}] [\phi_o]^{-1} \quad (8)$$

5) 이 $[\Delta K]$ 를 강성행렬과 비교하여 (3)식에 있는 θ 를 해석한 다음 α 와 k_θ 를 구하고 이 k_θ 로부터 크랙의 위치와 깊이를 구한다.

3. 모사 실험

Fig. 1은 외팔보의 모델을 나타낸다. 길이 $L = 300$ mm, 높이 $h = 10$ mm, 폭 $b = 20$ mm, 세로 탄성계수 $E = 210$ GPa, 포아송 비 $\nu = 0.3$, 밀도, $\rho = 7860$ kg/m³인 보를 등 간격으로 5개 요소로 나누었다.

- 1) CASE 0: 크랙이 없는 경우 $a = 0$
- 2) CASE 1: 1번 및 3번 요소 오른쪽에 각각 $a = 4$ mm $a = 6$ mm의 크랙을 갖는 경우

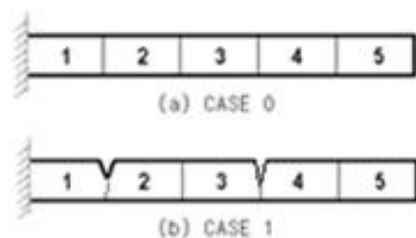


Fig. 2 Multi-Crack model in cantilever beam

† 교신저자: 정회원, 경기대학교 기계 시스템 공학부
E-mail : jyilee@kgu.ac.kr

Tel : 031-249-9811 , Fax :031-244-6300

* 경기대학교 대학원

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 변화 검토

Table 1 Comparison of natural frequencies before and after crack

mode	CASE 0 ω_o (Hz)	CASE 1 ω_2 (Hz)	$\frac{\omega_1}{\omega_o}$ (%)
1	92.82	86.17	92.84
2	582.08	488.08	83.85
3	1634.88	1479.03	90.47
4	3229.63	2866.38	88.75
5	5360.43	4248.52	79.26

4.2 고유벡터 변화 검토

Table 3 Delta eigenvectors before and after crack
(a) CASE 1

mode	delta eigenvectors $\Delta\phi \times 10^{-2}$									
1	-0.0003	0.0040	-0.0002	-0.0016	-0.0004	0.0083	0.0001	0.0071	0.0005	0.0069
2	-0.0019	-0.0297	-0.0022	0.0343	0.0029	-0.0818	0.0002	-0.0166	-0.0002	-0.0026
3	-0.0030	0.0411	-0.0023	0.0013	0.0010	-0.2305	-0.0031	0.0962	0.0078	0.2161
4	0.0033	0.2275	-0.0012	-0.2251	-0.0008	-0.2547	-0.0017	0.1193	0.0050	0.1006
5	-0.0025	0.3338	0.0019	0.1041	0.0013	0.6988	-0.0038	-0.3272	0.0070	0.4634
6	-0.0060	-0.0032	0.0048	-0.3747	-0.0040	-0.2317	0.0042	0.0224	-0.0047	-0.1884
7	-0.0010	-0.2354	0.0022	0.3439	0.0046	0.8779	-0.0067	0.6582	-0.0072	-0.8625
8	0.0009	0.8369	-0.0037	0.2903	0.0034	0.1894	-0.0024	0.5422	-0.0074	-0.6524
9	0.0026	0.4584	-0.0052	0.2082	0.0024	-0.4267	0.0025	0.4158	0.0074	1.2920
10	-0.0008	-0.1389	-0.0009	-0.3531	0.0011	-0.3711	0.0013	-0.0391	0.0023	0.3242

4.3 감도계수의 해석

Table 4 Sensitivity coefficient of 3 d.o.f system
(a) CASE 1

$\alpha_{ij} \times 10$									
-0.0016	0.1697	-0.0060	-0.0149	-0.0456	0.0115	0.0031	0.0009	-0.0036	-0.0003
-0.1683	-0.0615	-0.9781	-0.3533	0.3157	-0.0557	0.1097	0.0239	0.0353	0.0058
-0.0098	0.8968	-0.1690	-1.5070	0.4067	-0.0298	0.3193	0.0712	0.0556	0.0115
0.0096	0.4633	1.4150	-0.1654	0.4990	0.1052	0.8725	0.1887	0.0859	0.0231
0.0464	-0.3379	-0.3982	-0.3830	-0.3201	2.2830	-0.5951	-0.0851	-0.5484	-0.0671
-0.0233	0.1256	0.0885	-0.0446	-2.2220	-0.2859	0.3186	-0.0144	0.7514	0.0778
0.0009	-0.1813	-0.4122	-0.7606	0.4888	-0.1224	-0.3498	-2.1680	-1.0520	-0.1787
-0.0011	-0.0713	-0.1735	-0.3265	0.0867	0.0785	1.9850	-0.3067	-1.3840	-0.1632
0.0084	-0.1013	-0.1597	-0.2180	0.7587	-0.6124	1.2290	1.1170	-0.2282	-0.8497
0.0016	-0.0242	-0.0413	-0.0607	0.1557	-0.1139	0.3015	0.2142	0.7822	-0.0397

4.4 크랙 탐지 해석

Fig. 3은 반복회수에 따른 크랙탐지를 예측한 그림이다. 반복회수가 증가함에 따라 오차가 감소하여 1번과 2번 요소의 크랙의 깊

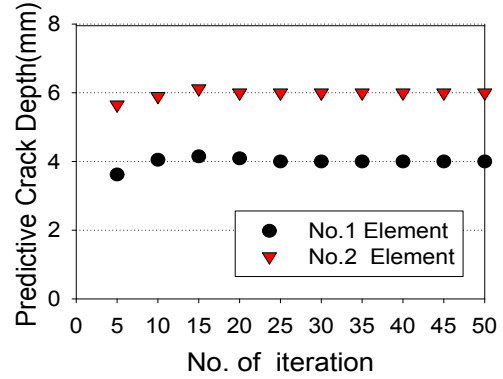


Fig. 3 Predictive crack depth according to the number of iteration

이 $a = 4.0mm$, $a = 6.0mm$ 에 수렴함을 볼 수 있다. Table 5은 반복회수를 50번까지 하였을 때 크랙 탐지의 예측한 결과이다.

Table 5 Predictive crack in cantilever beam

Element No.	Crack depth a(mm)		ratio (%)
	original	prediction	
1	4.000	3.990	99.75
2	0	0	-
3	6.000	6.005	100.09
4	0	0	-
5	0	0	-

5. 결론

(1) 크랙 발생 전, 후의 고유벡터 변화량을 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였다.

(2) 본 방법을 크랙이 발생한 외팔보에 적용하여 크랙 탐지를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Petroski, H. J., 1981, "Simply static and dynamic models for cracked elastic beam," International Journal of Fracture, Vol. 17, pp. 71-76.
- (2) Dimarogonas, A. D. and Papadopoulos, C. A., 1983, "Vibration of cracked shaft in bending," Journal of Sound and Vibration, Vol. 91, pp. 583-593.