

유연한 현수선의 정해석 및 동적거동 해석

Static and Dynamic Analysis of a Flexible Catenary

임종혁* · 정진태†
Jong-hyuk Lim, Jin-tai Chung

기호 설명

- ρ : 단위길이당 질량
- L : 현의 전체길이
- E : 현의 영률
- A : 단면적
- ε : 변형률
- $T(s)$: $EA\varepsilon$, 장력
- $\mathbf{r}_p(s)$: 초기형상의 위치벡터
- $\mathbf{r}(s,t)$: 늘어난 형상의 위치벡터
- $u(s,t)$: x 방향 변위
- $v(s,t)$: y 방향 변위

1. 서론

케이블 부재는 유연성 및 가벼운 중량 등의 고유한 특성 때문에 고속철도의 가선계 시스템, 인공위성 테더 시스템, 긴 거리를 갖는 구조물을 잇는 구조재, 물질의 운송수단 등으로 널리 사용되고 있다.

케이블은 파손강도 이상으로 하중이 작용할 경우 막대한 피해를 줄 수 있는 큰 위험성을 내포하고 있다. 이러한 이유로 산업체 분야에서 사용되는 케이블은 장력에 대한 분석이 반드시 수행되어야 그 실용성을 논할 수 있다.

케이블을 사용한 대부분의 구조물들은 큰 처짐이 있는 기하학적 특성을 고려하여 모델링하여야 한다. 이러한 이유로 케이블의 정해석 및 동적거동 해석을 위해 기하학적 비선형성을 고려한 해석이 수행되어야 한다. 또한 케이블의 정특성 및 동특성은 초기

형상에 따라 그 특성이 다르게 나타나기 때문에 반드시 초기형상에 따른 해석이 수행되어야 한다.

본 연구에서는 기하학적 비선형성을 갖는 유연한 현수선을 모델링 하였다. 수립된 모델을 이용하여 유연한 현수선의 초기형상을 정의하고 길이에 따른 장력의 변화를 분석하였다. 또한 각 길이에 따른 변위가 진동할 때 나타나는 운동양상과 장력의 변화를 분석하였다.

2. 모델링 및 방정식

유연한 현수선에 대한 모델링은 Fig. 1에서 보는 것과 같다. 먼저 초기형상은 늘어나지 않는 현수선을 이용하여 정의하였다. 유연한 현수선의 형상은 식(1)을 이용하여 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{ds} \left(T(s) \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = -\rho \mathbf{g} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p + \{u(s)\mathbf{i} + v(s)\mathbf{j}\}^T$ 이고, 장력 $T(s)$ 는 길이에 대한 함수로 길이방향 위치에 따라 값이 변하게 된다. Fig. 2는 현수선의 전체길이를 10m로 하였을 때의 처짐형상을 나타낸다. Fig.3에서는 길이에 따른 장력의 크기를 나타내었다.

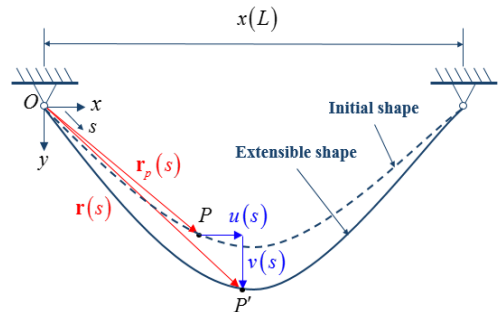


Fig. 1 Flexible catenary model

† 교신저자: 정희원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
Tel : (031) 400-5287 , Fax : (031) 406-5550
* 한양대학교 대학원 기계공학과

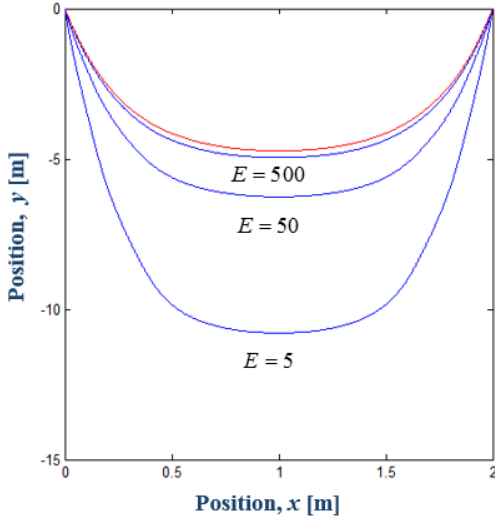


Fig. 2 Static deflection of a flexible catenary

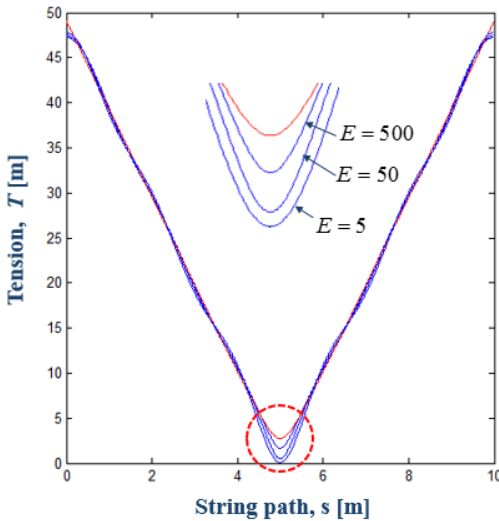


Fig. 3 Static tension of a flexible catenary

유연한 현수선의 운동방정식은 식(2)와 같다. 먼저 양쪽 끝단의 수직, 수평방향 변위가 0인 경계조건을 고려한 운동방정식(weak form)을 구성하여 식(3)에 나타내었다. 각 방향의 변형에 대한 항을 모두 중첩법을 이용하여 전개하면 식(4)와 같은 이산화된 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\rho \ddot{\mathbf{r}} - \frac{\partial}{\partial s} (EA \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{r}') = \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\int_0^L \{ \rho \mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{q}} \} ds + \int_0^L \{ EA \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{v}' \cdot (\mathbf{r}'_p + \mathbf{q}') \} ds = \int_0^L \mathbf{v} \cdot \rho \mathbf{g} ds \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \left[\int_0^L \{ \rho \phi_n \phi_m \} ds \right] \ddot{U}_n \\ & + \int_0^L \left\{ EA \boldsymbol{\varepsilon} \left(x'_p + \sum_{n=1}^N U_n \phi'_n \right) \phi'_m \right\} ds = 0 \\ & \sum_{n=1}^N \left[\int_0^L \{ \rho \phi_n \phi_m \} ds \right] \ddot{V}_n \\ & + \int_0^L \left\{ EA \boldsymbol{\varepsilon} \left(y'_p + \sum_{n=1}^N V_n \phi'_n \right) \phi'_m \right\} ds \\ & = \int_0^L \phi_m \rho g ds \end{aligned} \quad (4)$$

시간에 따른 응답을 구하기 위해 암시적 적분방 법인 Newmark 법을 이용하여 변위 및 장력의 변화를 계산하였다. 또한 초기조건 및 초기형상에 따른 시간응답을 계산하여 그 특성을 분석하였다.

3. 결 론

초기형상을 고려한 유연한 현수선의 정해석 결과, 영률이 증가할수록 변위가 줄어들어 초기형상과 근접해 가는 것을 확인할 수 있었고, 영률이 낮아질수록 전체길이의 중간지점 장력이 0으로 가는 것을 확인할 수 있었다. 이는 처짐량이 커지면서 수평방향의 장력이 상대적으로 작아진다는 것을 자유물체도를 이용하여 확인하였다. 또한 동적거동 분석을 통해 특정지점의 장력의 변화를 확인한 결과, 정적 처짐상태에서 작용하는 장력보다 큰 장력이 걸리며 진동하는 양상을 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 2014년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행되었음. (No. 2011-0017408)