

탄성경계조건을 가진 비틀린보의 진동해석

Vibration Analysis of a Twisted Beam with Elastic Boundary Condition

이정우* · 최광민* · 김낙점* · 최상훈* · 김정호** · 이정윤†

Jung Woo Lee, Kwang Min Choi, Nak Jeom Kim, Sang Hoon Choi,

Jung Ho Kim and Jung Youn Lee

1. 서 론

탄성 경계조건(Elastic Boundary Condition)을 가지는 비틀린 보(Twisted Beam)는 터빈블레이드, 헬리콥터 로터블레이드, 풍력 터빈 블레이드와 같은 공학적 설계에서 널리 사용되고 있다. 문헌(Lin et al. (2000), Lee and Lin (1995))에서 보고된 결과들에 따르면 탄성경계조건은 회전 스프링(Rotational Spring)과 병진 스프링(Extensional Spring)으로 묘사 할 수 있다. 하지만, 많은 연구자들이 탄성경계조건을 가지는 비틀린보에 대한 연구를 수행 하였음에도 정확해(Exact Solution)를 결정할 수 있는 연구는 수행되지 않았다.

본 논문에서는 초기 비틀림각을 가진 균일한 베르누이-오일러 보에 대한 탄성지지의 영향에 대해 연구 되었다. 계산의 단순화를 위하여 탄성 지지는 별도의 전달행렬(Transfer matrix)로 고려하였고 결과적으로 통합된 전달행렬이 만들어졌다. 제안된 방법은 계산과정에 등분포 질량을 부가함으로써 정확해를 결정할 수 있으며 기존의 전달행렬법과는 다르게 강성행렬(Field matrix)와 질량행렬(Point matrix)은 유도과정에서 하나의 행렬로 공식화 되었다. 또한, 고유진동수를 결정하기 위한 행렬(Determinant of matrix)은 Lin(1997)의 연구에서 보고되어진 것과 같이 경계조건에 따라 변화 하게 되지만 본 연구에서 계산의 편의성을 위하여 모든 경계조건을 만족할 수 있는 고유진동수 결정 행렬이 제안되었다. 경

계조건은 스프링의 값의 변화에 따라 고정-고정, 고정-자유, 고정-핀, 자유-자유 경계조건으로 변화된다. 제안된 방법의 검증을 위하여 ANSYS를 사용하여 얻어진 결과들과 비교 하였다.

2. 이 론

2.1 탄성지지

탄성경계조건은 회전 스프링과 병진스프링으로 모델링 할 수 있으며 왼쪽 끝단에서의 4개의 스프링을 다음과 같이 변위에 의한 전달행렬로 표현 할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \\ \psi \\ V_y \\ V_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/K_V^L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/K_W^L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/K_\phi^L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/K_\psi^L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \\ \psi \\ V_y \\ V_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_i \quad (1)$$

또한, 오른쪽 끝단에 지지된 4개의 스프링은 다음과 같이 전달행렬로 표현 할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \\ \psi \\ V_y \\ V_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/K_V^R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/K_W^R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/K_\phi^R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/K_\psi^R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \\ \psi \\ V_y \\ V_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_i \quad (2)$$

여기서, K_ϕ^L , K_ψ^L , K_ϕ^R , K_ψ^R 는 회전 스프링이고,

† 교신저자: 정회원, 경기대학교 기계 시스템 공학부

E-mail : jylee@kgu.ac.kr

Tel : 031-249-9811 , Fax :031-244-6300

* 한전KPS(주) 기술연구원

** 경기대학교 대학원

$K_V^L, K_W^L, K_V^R, K_W^R$ 는 병진 스프링이다. v 와 w 는 각각 면외, 면내 굽힘 변위, ϕ 는 면외 굽힘 곡선의 기울기, V_y, V_z 는 각각 y 와 z 방향에 대한 전단력, M_y 는 면외 굽힘 모멘트이다.

식(1)과 (2)에서 스프링 상수 K 의 값이 ∞ 가 되면 고정, 0이 되면 자유 조건을 가지게 된다. 예를 들어 $K_V^L, K_W^L, K_\phi^L, K_\psi^L$ 가 ∞ 이고 $K_V^R, K_W^R, K_\phi^R, K_\psi^R$ 가 0이 되면 이 보는 고정-자유 경계조건을 가지는 외팔보가 된다. 또한, 회전 스프링과 병진스프링의 값의 변화에 따라 모든 경계조건을 표현할 수 있다.

2.2 적용 예

제안된 방법의 증명을 위하여 사용된 보 요소의 재료 물성치는 Table 1에서 보여지는 것과 같다.

Table 1 The properties for a twisted Bernoulli-Euler beam with elastic boundary condition

Notation	Description	Value
EI_{yy}	Bending stiffness of in-plane	416.667Nm ²
EI_{zz}	Bending stiffness of out-of-plane	2604.167Nm ²
m	The mass per unit length	1.9625 kg/m
L	The length of beam	0.8 m

2.3 적용 결과

제안된 방법으로 얻어진 고유진동수를 ANSYS를 통하여 얻어진 결과들과 비교 하였으며 Table 2 ~ 3은 고정-자유, 고정-고정, 고정-z방향 핀의 경계 조건을 가지는 비틀린 보에 대하여 0, 45도에 대한 고유진동수 결과 값들이다. 제안된 방법에 의하여 얻어진 값들이 ANSYS를 사용하여 얻은 값들과 잘 일치 하는 것을 알 수 있다.

Table 2 The first five natural frequencies for a twisted beam with elastic boundary condition. (0 deg.)

ω	Natural frequencies (Hz)					
	$\beta=0$					
	Fixed-Free		Fixed-Fixed		Fixed-Pinned	
	Present	ANSYS	Present	ANSYS	Present	ANSYS
1	12.74	12.76	81.07	81.27	31.85	31.85
2	31.85	31.85	202.67	201.75	55.87	55.93
3	79.84	79.90	223.47	223.72	181.05	181.04
4	199.60	198.72	438.09	437.81	199.60	198.72

Table 3 The first four natural frequencies for a twisted beam with elastic boundary condition. (45 deg.)

ω	Natural frequencies (Hz)					
	$\beta=45$					
	Fixed-Free		Fixed-Fixed		Fixed-Pinned	
	Present	ANSYS	Present	ANSYS	Present	ANSYS
1	12.82	12.83	90.07	90.18	24.42	24.45
2	30.55	30.56	171.81	171.62	65.31	65.32
3	83.87	83.89	261.34	260.61	150.00	149.90
4	176.64	176.26	410.70	409.97	236.24	235.37

Fig. 1은 비틀림각이 45도 일때 고정-자유 조건에서 고정-z방향 핀 조건으로 변화되는 과정을 나타낸 것이다. 스프링 값은 $\text{Exp}(K)$ 로 나타냈으며, 고정일 때 $\text{Exp}(22)$, 자유일 때 $\text{Exp}(-12)$ 를 사용할 경우 소수점 4째자리까지 수렴한다. 변화 과정을 좀 더 정확하게 보기 위하여 $\text{Exp}(0) \sim \text{Exp}(20)$ 까지만 표현하였다.

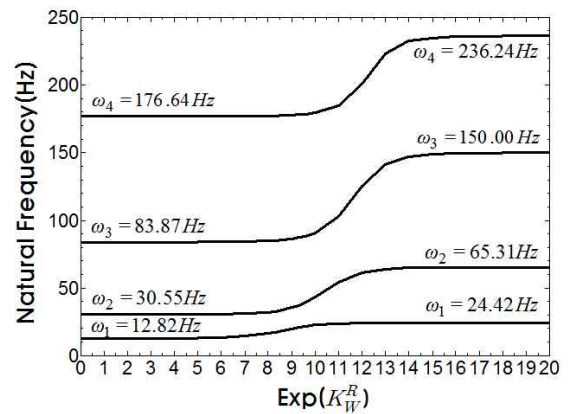


Fig. 1. The change of the first four natural frequencies.

3. 결론

본 연구에서는 탄성경계조건을 회전 스프링과 병진스프링으로 묘사함으로써 탄성지지의 영향을 확인 하였으며, ANSYS와의 비교를 통하여 제안된 방법의 타당성을 확인 할 수 있었다.

- 1) 탄성경계조건을 가진 비틀린 보에 대해 정확해를 얻을 수 있는 방법을 제시하였다.
- 2) 양단의 끝에 탄성지지된 스프링들을 전달행렬로 변환 하였다.