한국소음진동공학회 2014년 춘계학술대회논문집, pp. 692~693

자기장과 압전효과를 고려한 셸 구조물의 진동해석

Vibration Analysis of Shells Structure regarding Magnetic and Piezoelectric Effect

송오섭† · 박상윤* · 김선홍** 좌비** 강성환** 서정석**

Ohseop Song, Sang-Yun Park, Sun-Hong Kim, Zuo-Fei, Sung-Hwan Kang and Jung-Seok Seo

1. 서 론

압전 현상은 1880 년 피에르와 폴 자크 퀴리 형제에 의해 처음 발견된 현상으로 어떤 결정물은 외부에서 기계적 응력을 받았을 때 전하를 발생시키는 것을 말한다. 이런 성질을 지닌 물질을 압전재료라고 한다. 소음과 진동을 제어하기 위한 작동기(actuators)와 감지기(sensors)로써의 압전재료의 사용은 Preumon 에 의해 지난 수년 동안 광범위하게 입증되어 왔다. 본 논문에서는 압전재료 감지기와 작동기를 복합재료 원통셸에 위치시키고(collocated sening and actuation)감지기에서는 직접효과를 통하여 구조물의 변형을 측정하고 측정된 변형량으로 비례제어(proportional control)방식에 따라 작동기에 전압을 공급하여 역전효과에 의한 제어력으로 셸 구조물의 진동특성을 고찰하였다.

2. 압전 감지기와 작동기 방정식

2.1 압전 감지기 (Piezoelectric sensor)

원통셸에 부착된 압전재료에 응력을 가하면 그 압력에 비례하여 물질의 표면에 전하가 발생하는 직접효과(direct effecet)로부터 압전감지기(piezo-electric sensor)의 출력(output)을 유도할 수 있다.

이 때, 압전재료는 두께방향과 수직인 모든 방향의 성질이 등방성(istropic)인 횡방향등방성(transverse isotropic)의 성질을 갖고 있기 때문에 압전상수와 유전율상수는 $e_{15} = e_{24}$, $e_{31} = e_{32}$, $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ 로 표현할 수 있고, 이를 정리하면 직접효과의 형태는 식(1)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_\theta \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 \\ 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

이 때, 감지기로 사용된 압전재료는 두께가 매우 얇은 압전필름(piezoelectric film)형태로 가정되어 두께 방향에 관한 변형율은 모두 무시할 수 있다.

또한 여기서 고려한 압전재료는 외부에서 전기장(electric field)이 가해지지 않는 감지기로서의 역할을 수행하기 때문에 원통셸의 x, θ, z 방향으로 가해지는 전기장은 모두 0이 된다. 이런 가정을 식(1)에 대입하여 정리하면 전기적 변형식은 다음과 같다.

$$D_z = e_{31}\varepsilon_{xx} + e_{31}\varepsilon_{\theta\theta} \quad (2)$$

그림1은 감지기로 사용된 압전재료가 임의의 반경 r에 떨어진 위치에 원주방향으로 안쪽에는 감지기(sensor)가 바깥쪽에는 작동기(actuator)각각 삽입되어 있고, 길이방향으로 나란이 연결되어 있는 모습을 보여주고 있다.

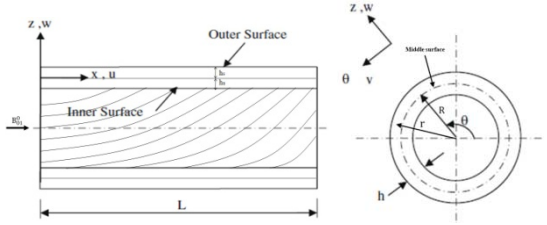

Fig. 1 Coordinate system of the piezoelectric cylindrical shell

식(2)에 비선형 항을 무시한 원통셸의 변형률을

† 교신저자; 충남대학교, 기계공학과
E-mail : songos@cnu.ac.kr
Tel : (042)821-5650, Fax : (042)822-5642
* 충남대학교, 대학원
** 충남대학교, 대학원

대입하여 전기 변형을 구한 뒤, 압전재료의 얇은 두께를 고려하여 u_3항의 변위를 무시하고 압전감지기가 분포된 면적 A_s에 대하여 적분하면, 압전감지기에 의해서 발생하는 전하량(electric charge)를 식(3)과 같이 구할 수 있다.

$$q_p = \int_A D_z \, dA_s$$
$$= re_{31} 2\pi u_1(L) + re_{31} 2\pi z \beta_1(L) + \frac{re_{31}L}{R} u_2(2\pi) + \frac{rze_{31}L}{R} \beta_2(2\pi) \quad (3)$$

비례제어 방법에서 압전작동기에 귀한신호(feedback signal)로 사용하는 제어전압(control voltage)은 압전감지기로부터 전기적 변형에 의해 발생하는 전하량과 다음의 관계를 갖는다.

$$V_p(t) = \frac{q_p(t)}{C_P} = \frac{h_s q_p(t)}{\xi_{33}^p A_p} \quad (4a)$$
$$V_p(t) = C_{u1} u_1(L) + C_{\beta 1} \beta_1(L) + C_{u2} u_2(2\pi) + C_{\beta 2} \beta_2(2\pi) \quad (4b)$$

여기서 A_p 는 압전센서 필름의 부착면적(patcharea)이고, h_s는 감지기로 사용된 압전필름의 두께이고, ξ_{33}^p은 압전필름의 유전율이다. 그림 1 과 같이 압전센서 필름의 면적은 $A_p = 2\pi rL$ 이 된다. 여기서 $C_{u1}, C_{\beta 1}, C_{u2}, C_{\beta 2}$는 압전감지기의 형상과 부착위치에 따른 영향을 나타내는 상수이다. 압전 감지기로부터 측정한 전압식(4b)에 이득값(gain)을 곱하여 이를 작동기에 전기장으로 가하는 비례제어 방법에 있어서 제어 전압식은 식(5)와 같다.

$$V_{u1}^p(t) = -K_P C_{u1} u_1(t) \quad (5a)$$
$$V_{u2}^p(t) = -K_P C_{u2} u_2(t) \quad (5b)$$
$$V_{\beta 1}^p(t) = -K_P C_{\beta 1} \beta_1(t) \quad (5c)$$
$$V_{\beta 2}^p(t) = -K_P C_{\beta 2} \beta_2(t) \quad (5d)$$

제어 전압에 의해 발생되는 제어 전기장은 작동기로 사용되는 압전재료의 두께로 나누어 구하게 된다. 작동기의 두께h_p와 감지기의 두께h_s는 동일하다. 따라서 감지기의 출력전압에 비례하는 감지기의 전기장을 정리하면 식(6)과 같다.

$$\phi_{u1}^P(t) = \frac{V_{u1}^p(t)}{h_P} = \frac{-K_P C_{u1}}{h_P} u_1(t) \quad (6a)$$
$$\phi_{u2}^P(t) = \frac{V_{u2}^p(t)}{h_P} = \frac{-K_P C_{u2}}{h_P} u_2(t) \quad (6b)$$
$$\phi_{\beta 1}^P(t) = \frac{V_{\beta 1}^p(t)}{h_P} = \frac{-K_P C_{\beta 1}}{h_P} \beta_1(t) \quad (6c)$$
$$\phi_{\beta 2}^P(t) = \frac{V_{\beta 2}^p(t)}{h_P} = \frac{-K_P C_{\beta 2}}{h_P} \beta_2(t) \quad (6d)$$

2.2 압전 작동기 (Piezoelectric actuator)

압전특성이 평면내에 등방성으로 작동기에 작용하는 하중과 모멘트는 식(7)과 같다.

$$N_p = -e_{31}\phi \quad (7a)$$
$$M_p = -e_{31} z_m \phi \quad (7b)$$

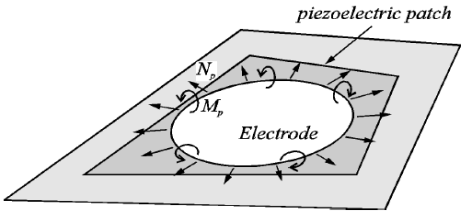

Fig. 2 Piezoelectric load and moment

여기서, zm 은 원통셸의 중립면에서 압전필름센서 층의 중심까지의 거리이다. 식(6)으로 표현된 감지기에 의해 발생된 제어전기장을 가해진 전기장에 따른 압전작동기에서 발생하는 제어 하중과 굽힘 모멘트 식(7)에 대입하여 정리하면 제어 하중 및 모멘트를 구할 수 있고, 비례제어 하중 및 모멘트를 갤럭킨 방법으로 이산화하고 이를 복합재료 원통셸의 운동방정식에 대입하면 압전효과에 따른 진동해석을 수행할 수 있다. 제어 하중 및 모멘트를 고려한 이산화 운동방정식은 식(8)과 같다.

$$[M]\ddot{q}(t) + [C]\dot{q}(t) + [K^*]q(t) = 0 \quad (8)$$

여기서 $[K^*] = [K] - K_P[F_P]$ 이고, $K_P[F_P]$는 제어하중 및 모멘트 행렬이다.

3. 결 론

본 논문에서는 제어로직을 탑재한 압전감지기와 작동기를 셸 구조물에 삽입하여 운영함으로써 동적 안정성문제를 능동제어측면에서 고찰하였다.

후 기

본 연구는 교육과학기술부(한국연구재단)의 지원을 받아 수행된 일반연구자지원사업임.