

표본을 이용한 시스템 고유진동수의 불확실성 예측

Sample based Uncertainty Estimation of a System Natural Frequency

최찬규* · 유희희†
 Chan Kyu Choi and Hong Hee Yoo

1. 서 론

시스템의 고유진동수는 그 시스템의 진동 특성을 결정하는 중요한 성능 인자이다. 이러한 진동 시스템을 구성하는 요소들은 제조공차에 의해서 불확실성(uncertainty)을 가진다. 이러한 요소 불확실성은 시스템 고유진동수의 불확실성을 발생시키는 직접적인 원인이 되며 이러한 성능 불확실성은 진동 시스템의 신뢰성을 저하시킨다. 진동시스템 성능의 신뢰성을 확보하기 위해서는 성능 불확실성 해석을 통한 신뢰성 설계가 반드시 필요하다.

성능불확실성 해석에 관한 연구 중 가장 일반적인 방법은 MCS(Monte Carlo simulation)이다. 이 방법은 가장 일반적이지만 비효율적인 방법이다. 이러한 비효율성을 개선하기 위하여 다양한 해석적 방법이 개발되었으며 최근에는 uDR (univariate Dimension Reduction) 및 eDR (eigenvector Dimension Reduction)이 개발되어 많이 활용되고 있다. 하지만 이러한 기존의 불확실성 해석 방법들을 사용하려면 시스템의 불확실한 인자의 확률분포를 정확히 알아야 한다. 하지만 실제로 불확실한 인자의 확률분포를 정확히 아는 경우는 거의 없다. 이러한 경우 유한개의 불확실한 인자 표본을 추출하여 그 시스템의 성능 불확실성을 예측해야 한다. 본 논문에서는 극치분포(Extreme value distribution)를 이용하여 불확실한 인자 표본을 이용한 시스템 성능 불확실성 예측방법을 제안하였다. 제안된 성능 불확실성 예측 방법을 이용하여 회전하는 더블펜들럼(Double pendulum)의 고유진동수 불확실성을 예측하였다. 제안된 성능 불확실성 예측방법의 정확성을 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 비교함으로써 검증하였다.

2. 극치분포를 이용한 고유진동수 불확실성 예측

2.1 극치분포를 이용한 성능 불확실성 예측

극치분포는 임의의 분포로부터 표본을 뽑았을 때 그 표본의 최소값 또는 최대값을 확률변수로 갖는 분포로써 최소값의 경우 최소 극치분포 (Minimum

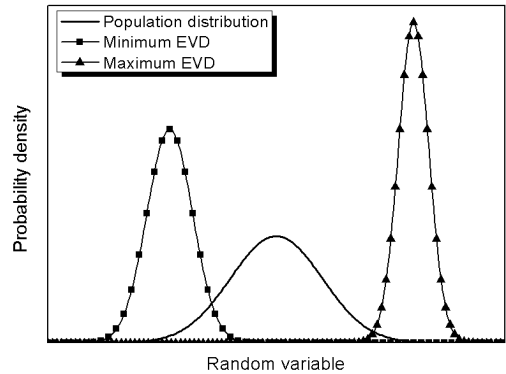


Fig. 1 Extreme value distributions

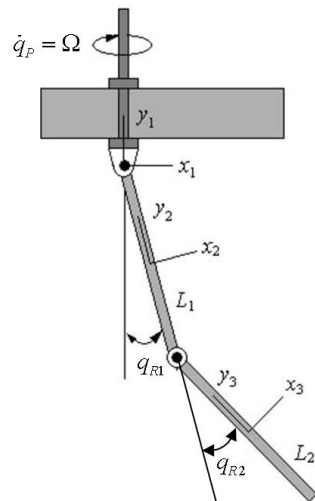
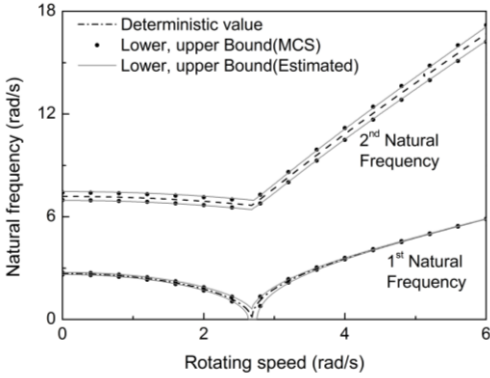
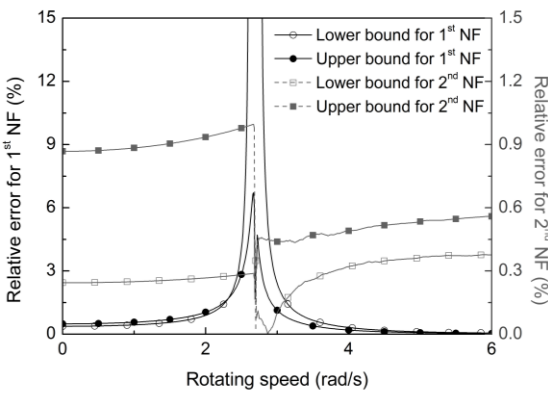


Fig. 2 Rotating double pendulum

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학부
 E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
 Tel : 02-2220-0446, Fax : 02-2293-5070
 * 한양대학교 대학원 기계공학과



(a) Estimated Intervals of natural frequencies



(b) Estimation errors

Fig. 3 3σ (99.73%) interval estimation results and estimation errors when $n = 5$ and $m = 15$.

extreme value distribution), 최대값의 경우 최대 극치분포 (Maximum extreme value distribution)이다 (Fig. 1). 극치분포는 표본을 이용하여 예측할 수 있기 때문에 불확실한 인자 표본을 이용한 성능 불확실성 예측에 활용되었다. 또한 극치분포는 예측하고자 하는 분포의 전체 형상과는 관계가 없고 그 분포의 양쪽 끝 부분과 밀접한 관계가 있어 그 분포의 형태가 어떤 형태를 가지더라도 성능 불확실성 예측에 사용될 수 있는 장점이 있다.

2.2 더블펜들럼 고유진동수 불확실성 예측

Fig. 2는 본 논문에서 사용된 더블펜들럼을 나타낸다. 여기서 불확실성을 가지는 인자는 각 링크의 길이와 질량이며 이 불확실한 인자들은 식 (1), (2)와 같은 정규분포를 따른다고 가정하였다.

$$L_i \sim N(1, 0.02^2) \quad (1)$$

$$m_i \sim N(3, 0.09^2) \quad (2)$$

각 링크 길이와 질량을 식 (1), (2)와 같이 가정하였지만 실제로는 그 분포를 모르는 것이기 때문에 식 (1), (2)의 분포로부터 유한개의 표본을 추출하여 더블펜들럼 고유진동수의 불확실성을 예측하였다. 고유진동수 불확실성 예측에 사용된 표본의 크기는 표본크기 $n = 5$ 그리고 극치 표본크기 $m = 15$ 이다. Fig. 3 (a)는 제안된 방법을 이용하여 각 고유진동수의 99.73% 신뢰구간을 예측한 결과이다. 제안된 방법을 이용하여 예측된 결과를 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 비교해 보면 상당히 정확하게 예측함을 알 수 있다. 여기서 몬테카를로 시뮬레이션에 사용된 표본의 개수는 100000개이다. Fig. 3 (b)는 제안된 방법으로 예측된 결과와 몬테카를로 시뮬레이션 결과의 상대오차를 나타낸다. 1차, 2차 고유진동수 모두 상대오차가 3% 이하로 상당히 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. 1차 고유진동수의 경우 $\Omega = 2.679(\text{rad/s})$ 근처에서 상대오차가 발산하는 것을 알 수 있는데 이것은 불확실성이 없는 경우의 고유진동수가 거의 0이기 때문에 오차가 작은 경우에도 상대오차는 발산하는 것이다. 제안된 방법의 타당성은 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 비교함으로써 검증되었다.

3. 결 론

본 논문에서는 극치분포를 활용하여 표본을 이용한 시스템 고유진동수 불확실성을 예측할 수 있는 방법을 제안하였다. 제안된 예측방법은 불확실한 인자의 분포가 임의의 분포형태인 경우에도 사용 가능한 방법이며 제안된 방법을 이용하여 회전하는 더블 펜들럼의 고유진동수 불확실성을 예측하였다. 제안된 방법의 정확성은 몬테카를로 시뮬레이션 결과 비교함으로써 검증하였다.

후 기

본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국 에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No. 2011T100200116)