

크레인의 잔류진동 저감을 위한 가속도함수에 대한 연구

Study of an acceleration profile for a residual oscillation of an overhead crane

김병진* · 정진태†
Byeongjin Kim and Jintai Chung

1. 서 론

크레인은 무거운 물체를 이동시키기 위한 수단으로서 여러 산업현장에서 사용되고 있다. 특히 대형 컨테이너를 자주 운반하는 선착장이나 대형 기계시스템을 생산하는 산업현장에서는 크레인 성능이 생산효율과 직결된다. 크레인의 생산효율은 크레인이 이동시킬 수 있는 물체의 무게, 이동거리, 이동시간 등에 의하여 결정된다. 이 중에서 이동시간은 크레인이 이동하는 속도뿐만 아니라 크레인 이동 후 발생하는 잔류진동에 영향을 받는다. 본 논문은 크레인에서 발생하는 잔류진동을 저감하기 위하여 크레인 이동시 적용하는 가속도 함수의 설계방법을 제시하였다.

2. 본 론

잔류진동에 대한 일반적인 예로 산업현장에서 쓰이는 크레인을 들 수 있다. 크레인 모델은 Fig. 1에서 보는 것과 같이 크레인의 이동부 M , 케이블 a 그리고 이동되는 물체 m 으로 모델링 할 수 있다. 여기서 이동부의 이동은 y 으로 표현하였으며 이동시 발생하는 각변위는 θ 로 나타내었다. 크레인을 시키기 위해 조정 가능한 힘 F 를 가했을 때 크레인의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{a} \sin\theta + \frac{\ddot{y}}{a} \cos\theta = 0 \quad (1)$$

여기에서 g 는 중력가속도 이다. 본 논문에서는 크

레인 시스템의 잔류진동의 진폭이 충분히 작다고 가정하였다. 이 가정아래 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{\theta} + \omega_n^2 \theta = -\frac{\ddot{y}}{a} \quad (2)$$

여기서 ω_n 은 크레인의 고유진동수 이며 $\omega_n = \sqrt{g/l}$ 로 주어진다. 그리고 크레인의 고유주기 τ_n 은 고유진동수와 $\tau_n = 2\pi/\omega_n$ 의 관계를 갖는다.

2.1 잔류진동을 저감하기 위한 가속도함수

본 논문에서는 잔류진동을 제거하기 위한 조건을 유도하기 위하여 사다리꼴형 가속도 프로파일을 사용하였다. 크레인이 가속시간 Δt 이후 최대속도를 V 라 하면 사다리꼴형 가속도 프로파일은 다음과 같이 주어진다.

$$\ddot{y} = \begin{cases} \frac{Vt}{\alpha(1-\alpha)\Delta t^2} & \text{for } 0 \leq t < \alpha\Delta t \\ \frac{V}{\alpha(1-\alpha)\Delta t} & \text{for } \alpha\Delta t \leq t < (1-\alpha)\Delta t \\ \frac{V(\Delta t - t)}{\alpha(1-\alpha)\Delta t^2} & \text{for } (1-\alpha)\Delta t \leq t < \Delta t \end{cases} \quad (3)$$

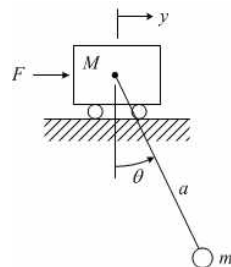


Fig. 1. Dynamic model of a crane

† 정진태; 정회원, 한양대학교
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr교신저자 E-mail
Tel : 031-400-4735, Fax : 031-406-6964

* 김병진; 한양대학교

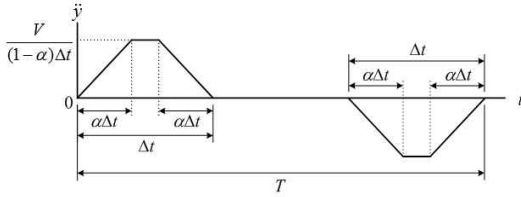


Fig. 2. Acceleration profile for the crane

여기에서 상수 α 는 0에서 1/2사이의 값을 갖는다. α 가 0일 때 가속도 프로파일은 다음과 같다.

$$\ddot{y} = \frac{V}{\Delta t} \text{ for } 0 \leq t \leq \Delta t \quad (4)$$

가속도 프로파일을 이용하여 원하는 위치로 크레인을 이용하기 위해서 전체 이동시간 T 가 필요하다. 그리고 논의의 편의성을 위해 전체이동시간 T 동안 가속구간의 프로파일과 감속구간의 프로파일이 Fig. 2와 같이 동일한 모양이 되도록 하였다. 이때 가속도 프로파일에 의한 크레인의 최고 속도는 다음과 같다.

$$V = \frac{d}{T - \Delta t} \quad (5)$$

가속도 프로파일은 크레인의 최고속도 V , 저크시 간 비율 α , 가가속시간 Δt , 전체이동시간 T , 이동거리 d 에 의해 결정된다. 여기서 식 (5)가 구속조건 식으로 작용하므로 가속도 프로파일은 5개의 변수들 중 4개를 결정시켜 주어야 한다.

2.2 잔류진동 제거조건 유도

잔류진동을 제거하기 위한 조건은 식 (2)와 같이 주어지는 크레인의 선형방정식에 대한 엄밀해에 의해 구해진다. 크레인 시스템의 엄밀해는 다음과 같은 컨볼루션 적분 (convolution integral)에 의해 구해진다.

$$\theta(t) = -\frac{1}{a} \omega_n \int_0^t \ddot{y}(\xi) \sin \omega_n(t - \xi) d\xi \quad \text{for } t \geq T \quad (6)$$

식 (6)에서 구해지는 각변위에서 전체이동시간 T 이후의 진동이 0 이라면 크레인의 잔류진동은 제거가 된 것이다.

식 (3)과 같은 사다리꼴 가속도 프로파일을 크레인에 적용하였을 때 각변위는 다음과 같다.

$$\theta = -\frac{8V}{\alpha(1-\alpha)a\omega_n^3\Delta t^2} \sin \frac{\alpha\omega_n\Delta t}{2} \sin \frac{(1-\alpha)\omega_n\Delta t}{2} \sin \frac{\omega_n(T-\Delta t)}{2} \cos \omega_n\left(t - \frac{T}{2}\right) \quad (7)$$

식 (7)과 같이 주어지는 동적응답은 $\alpha \neq 0$ 일 때 성립한다. 식 (7)에서 보여지는 것과같이 잔류진동을 제거하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\alpha\Delta t = i_1\tau_n, (1-\alpha)\Delta t = i_2\tau_n, T - \Delta t = i_3\tau_n \quad (8)$$

여기에서 i_1, i_2 그리고 i_3 는 양의 정수이다. 다음으로 $\alpha = 0$ 일 때 전체이동시간 T 이후의 각변위는 다음과 같다.

$$\theta = -\frac{4V}{a\omega_n^2\Delta t} \sin \frac{\omega_n\Delta t}{2} \sin \frac{\omega_n(T-\Delta t)}{2} \cos \omega_n\left(t - \frac{T}{2}\right) \quad (9)$$

앞서 제시한 잔류진동 저감조건 식 (8)과 마찬가지로 식 (9)를 0으로 만들기 위한 조건은 다음과 같다.

$$T - \Delta t = i_3\tau_n, \Delta t = i_4\tau_n \quad (10)$$

여기에서 i_3 와 i_4 는 양의 정수이다.

3. 결 론

본 논문에서는 크레인 모델에 대한 잔류진동 제거 조건을 제안하였다. 제안된 조건을 유도하기 위하여 크레인 모델에 대하여 선형방정식을 수립하여 사용하였다. 그리고 크레인 시스템에 적용하기 위한 사다리꼴형 가속도프로파일을 구성하였다. 마지막으로 가속도프로파일이 적용된 크레인의 엄밀해를 통하여 잔류진동 제거조건을 유도하였다.

후 기

This work was supported by a National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korean government (MEST) (No. 2011-0017408).