

유한 요소 에너지 정보를 이용한 주파수응답 설계 민감도 계산 방법

Frequency Response Design Sensitivity Analysis with Finite Element Energy Information

정 재 순* · 현 재 엽* · 왕 세 명†
 Jaesoon Jung, Jaeyup Hyun and Semyung Wang

2. 본 론

1. 서 론

구조물의 설계에서 진동을 줄이기 위한 최적형상을 결정하는 것은 매우 중요하다. 때문에 구조물의 주파수응답을 최소화하는 최적설계 연구가 지난 수십 년간 수행 되었다. 하지만 대부분의 연구는 연구자가 개발한 In-House 코드를 사용했기 때문에 실제 공학 구조물이 아닌 2차원 단순 구조에 국한 되었다. 실제 공학 구조물을 주파수응답 문제의 위상 최적화 연구에 이용하기 위해서는 상용 유한요소 소프트웨어의 사용이 필요하다. 그러나 상용 유한요소 소프트웨어를 사용할 경우 코드내부의 접근 없이는 설계민감도 해석이 어려운 단점이 있다. 이런 단점을 극복하기 위해 본 연구에서는 유한 요소 에너지 정보를 이용한 주파수응답 설계 민감도 계산방법을 제안한다.

제안하는 방법은 보조 변수법으로 유도된 연속체 기반 설계민감도 식을 구조물의 변형에너지와 운동 에너지로 표현하여 계산한다. 이 방법은 설계 민감도 계산에서 복잡한 과정이 필요하지 않기 때문에 상용 유한요소 소프트웨어를 주파수응답 문제의 위상 최적화에 쉽게 이용할 수 있는 장점을 가지고 있다.

본 민감도 해석 방법의 타당성을 증명하기 위해 기존에 연구되었던 평면응력 요소를 이용한 2차원 외팔보 모델[3]의 위상최적화에 적용하였다.

2.1 위상최적화 문제 정식화

(1) 주파수응답 문제의 유한요소법 구조물의 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = F_t \quad (1)$$

여기서 M , C , K , F 는 각각 질량, 감쇠, 강성 행렬과 힘 벡터이다. 구조물을 특정 주파수 ω 으로 가진 할 때의 주파수응답을 구하기 위해 힘과 변위를 식 (2)와 같이 조화함수로 가정 하면 식 (3)의 주파수 응답문제의 유한요소 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} F_t &= Fe^{j\omega t} \\ u_t &= ue^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

$$[-\omega^2 M + j\omega C + K]u = F \quad (3)$$

(2) 위상최적화 문제 정식화

주파수응답 문제의 위상최적화는 부피제약조건을 만족하면서 관심 주파수 범위의 주파수응답을 최소화 하는 구조를 찾는 과정이고, 다음과 같이 정식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \psi(\rho, u) &= \sum_{k=1}^{N_f} |u_k| \\ \text{Subject to } V &\leq \text{volfrac} * V_0 \end{aligned}$$

여기서 ψ , u , ρ , N_f , V , V_0 , volfrac 는 각각 목적 함수, 구조물의 변위, 설계변수, 고려하는 주파수의 개수, 구조물의 부피, 초기 부피, 부피제약조건의 부피비이다.

† 교신저자; 광주과학기술원 기전공학과
 E-mail : smwang@gist.ac.kr
 Tel : (062) 970-2390, Fax : (062) 970-2384
 * 광주과학기술원 기전공학과 석박사 통합과정

2.2 설계민감도 해석

(1) 보조 변수법을 이용한 연속체기반 설계민감도 주파수응답 문제의 연속체 기반 설계 민감도 식은 식 (4)의 변분 형태로 나타낼 수 있다. [1]

$$\psi'(\rho, u) = \frac{\omega^2}{\rho} d(u, \lambda) - \frac{p}{\rho} a(u, \lambda) - j\omega \left[\frac{\alpha}{\omega} d(u, \lambda) + \frac{\beta}{\omega} d(u, \lambda) \right] \quad (4)$$

여기서 d 와 a 는 각각 mass sesqui linear form, energy sesqui linear form 이고 λ 는 보조응답 α , β 는 레일리 감쇠의 계수이다. 수학적 관계식을 이용하면 식(4)의 sesqui linear form은 식(5)와 같은 에너지형태로 표현 된다.[2]

$$a(u, \lambda) = \frac{1}{2} [ESE(u + \lambda) - ESE(u - \lambda) + jESE(u + j\lambda) - jESE(u - j\lambda)]$$

$$\omega^2 d(u, \lambda) = \frac{1}{2} [EKE(u + \lambda) - EKE(u - \lambda) + jEKE(u + j\lambda) - jEKE(u - j\lambda)] \quad (5)$$

여기서 ESE(Element Strain Energy)는 요소 변형 에너지, EKE(Element Kinetic Energy)는 요소 운동 에너지 이다.

따라서 유한요소 에너지의 대수합으로 주파수응답 문제의 설계민감도를 계산할 수 있다.

2.3 수치 예제

(1) 평면응력요소를 사용한 2차원 외팔보 모델[3] 수치예제는 2차원 외팔보를 모델로 하였으며 시스템의 크기, 경계조건을 그림 1에 나타내었다.

그림 2는 50%의 부피를 사용했을 때 관심 주파수 범위의(0~0.02Hz) 끝단에서의 주파수응답을 최소화하는 위상최적화 결과이다.

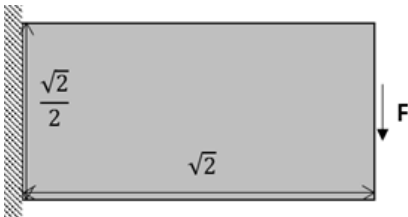


Figure 1 Short Cantilever Plate Model

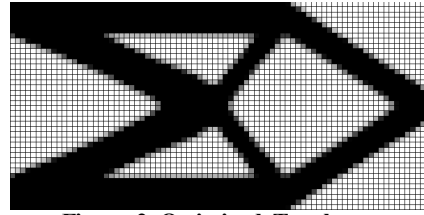


Figure 2 Optimized Topology

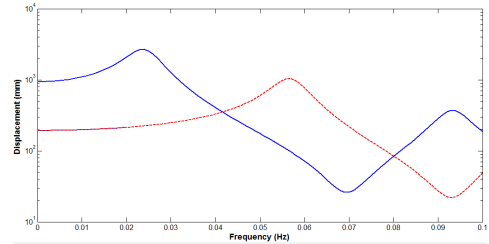


Figure 3 Tip response of optimized structure

본 연구의 민감도 해석 방법을 사용한 최적형상이 기존 연구 결과와 일치하였다.[3]

그림 3은 최적화 전후의 끝단에서의 응답 비교이다. 최적화 전의 응답은 실선으로 후의 응답은 점선으로 표시하였다. 관심 주파수 범위(0~0.02 Hz)에서 응답이 줄어들었다.

3. 결 론

주파수응답 문제의 위상최적화를 효율적으로 수행하기 위한 설계민감도 해석 방법을 제안하였다. 제안하는 방법을 이용하여 기존의 연구되었던 2차원 외팔보 모델의 위상최적화에 적용하였다. 그 결과 기존 연구 결과와 동일한 최적 형상을 얻었고 관심 주파수 범위에서 주파수응답이 감소하였다.

참고문헌

- (1) Kyung .K. Choi, Nam-Ho Kim, 2005, Structural Sensitivity Analysis and Optimization 1: Linear Systems, Springer
- (2) P. Blanchard, E.Brüning, 2003, Mathematical Methods of Physics, Springer
- (3) J. Jensen, 2007, Topology optimization of dynamic problems with Padé approximants, Int. J. Numer. Meth. Engng, 72:1605-1630