

강체모션을 포함한 이송하는 빔의 동적특성 연구

Dynamic Analysis of a Moving Beam including Rigid motion

김민성* · 정진태†
Minsung Kim , Jintai Chung

1. 서 론

축방향으로 이송하는 빔은 제지산업, 자기테이프, 웹(web), 톱날(band saw), 체인, 섬유(fiber) 산업, 전자인쇄(printed electronics)등에 적용되고 있는 기계시스템으로서 동적 특성이나 안정성에 평가에 대한 연구가 활발하게 진행 되고 있다. 이러한 응용 분야에서 진동제어는 제품의 품질 향상에 영향을 주며, 생산량에 영향을 주기 때문에 연구대상이 되는 시스템을 정확히 묘사하는 모델링이 정립되어야만 시스템에 진동을 발생시키거나 성능 저하를 일으키는 요인을 사전에 제거 할 수 있다.

본 연구에서는 축방향으로 이송하는 빔의 실제 시스템에서 발생할 수 있는 강체모션(rigid motion)을 부여하여 시스템의 동특성 및 안정성에 대한 연구를 수행 하였다

2. 운동 방정식 및 이산화

기존 축방향으로 이송하는 빔 모델에 글로벌 좌표계를 기준으로 Y 방향으로 발생하는 빔의 병진운동을 $Y(t)$ 로 표현하고, 빔의 무게중심에서의 회전운동을 $\theta(t)$ 로 정의하였다. 그리고 $u(x,t), v(x,t)$ 는 각각 종방향과 횡방향에 대한 시간과 공간의 변수로서 표현하였다. 이를 바탕으로 시스템 각 지점의 속도벡터를 식(1)과같이 표현하였다.

$$\mathbf{v} = \left(V + \frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial v}{\partial x} \right) \mathbf{i} + \left(\dot{Y} - \frac{L}{2} \dot{\theta} + x \dot{\theta} + \frac{\partial v}{\partial t} + V \frac{\partial v}{\partial x} \right) \mathbf{j} \quad (1)$$

식(1)을 이용하여 이송하는 빔이 가지는 운동에너지(T)를 계산하고, von-Karman 변형률 이론을 적용하여 보의 변형에너지(U)를 유도하였다. 또한 운동량 수송에너지 M 를 고려하였고, 비 보존력에 의한 에너지 W_{nc} 를 계산하였다.

획득한 에너지에 변분을 취하고, 식(2)에 나타난 확장된 헤밀턴 원리(Extended Hamilton principle)

에 적용하여 각 자유도에 대한 운동방정식을 유도하였다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_{nc} - \delta M) dt = 0 \quad (2)$$

식(2)에 의해 유도된 운동방정식을 무차원화하고, 이를 이산화하기 위하여 Galerkin 방법을 이용하였다. 이산화를 위한 기저함수로는 단순지지보(simply supported)의 고유함수를 사용하였다.

본 연구에서는 Y 방향, θ 방향과 v 방향의 자유도에 대한 방정식을 이용한 분석을 수행하였고, u 방향 변위에 대한 운동방정식은 분석에서 배제하였다.

3. 고유치 해석

이산화된 운동 방정식을 이용하여 동적 안정성을 확인하기 위한 고유치 해석을 수행하였다. Perturbation Method를 이산화된 운동방정식에 적용시켜, Equilibrium position과 Perturbed equation을 유도하고, 이를 이용하여 속도에 따른 고유진동수의 변화를 확인하고 이를 Fig. 1에 도시하였다.

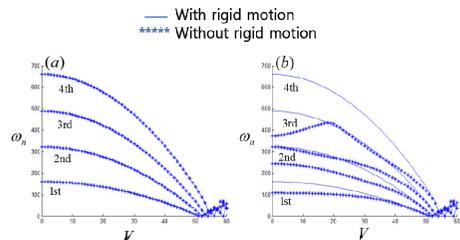


Fig.1. Dimensionless natural frequencies for the first four modes varying the moving velocity under dimensionless spring constant: (a) $k = 1e7$; and (b) $k = 1e4$

무차원화 된 속도의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 확인한 결과, 강체모션에 영향을 미치는 스프

링상수 (k)의 값이 클수록 강체모션을 배제한 모델의 고유진동수의 변화 양상과 동일함을 확인 하였다.

4. 안정성 평가

무차원화된 스프링상수(k)의 변화에 따른 고유치 해석의 결과로 확인되는 고유값의 실수부와 허수부를 확인함으로써 시스템의 안정성을 평가하였다. 속도가 일정할 경우, 무차원화된 스프링 상수값에 따른 고유진동수(고유값의 허수부)의 변화를 Fig. 2에 나타내었고, Fig. 2의 (c)에 해당되는 고유값의 실수 부분의 변화도 Fig. 3에 도시하였다.

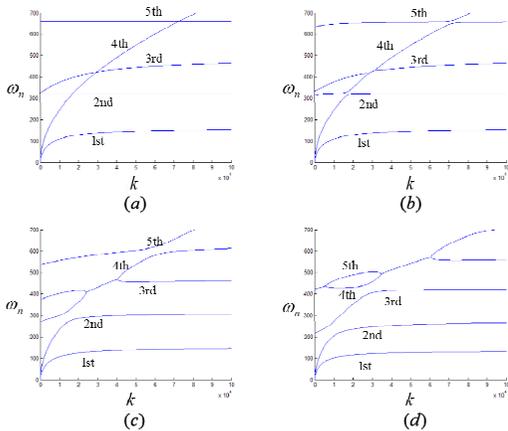


Fig.2. Dimensionless natural frequencies for the first five modes varying the dimensionless spring constant under dimensionless moving velocity: (a) $V = 0$; and (b) $V = 2$; (c) $V = 10$; and (d) $V = 20$

고유치 분석 결과, 두 모드가 겹치는 부분에서 고유값의 실수부가 양의 값을 가지고 있음을 확인 하였다. 이는 시스템이 불안정함을 나타내는 지표로서 스프링상수와 이동속도에 따라서 불안정한 구간이 변화됨을 확인 하였다.

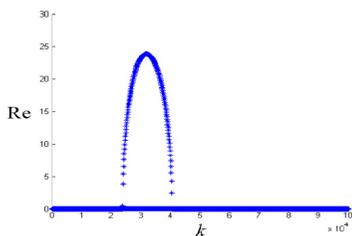


Fig.3. Real part of the eigenvalue under dimensionless moving velocity: $V = 10$

5. 시간응답

안정성 평가로 확인된 불안정영역에서의 시간응답을 Fig. 4에 도시하였다. 시간적분은 뉴마크방법(Newmark Method)을 이용하여 수행하였다. 시간적분 조건은 무차원화된 이동속도 $V = 10$ 와 무차원화된 스프링상수 $k = 3e4$ 로 설정하였으며, 관측지점은 빔의 중간지점으로 설정 하였다.

시간응답결과, 불안정성이 나타나는 구간에서 시간응답이 발산함을 확인 하였고, 그밖에 구간에서 시간응답이 안정적인 응답을 확인 할 수 있었다.

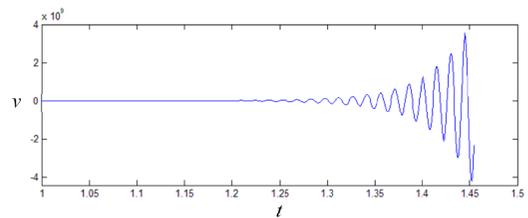


Fig.4. Time response for the transvers vibration with rigid motion

3. 결론

본 연구에서는 축방향으로 이동하는 빔에 강체모션을 포함시켜 연구를 진행 하였다. 연구결과, 강체모션을 야기시키는 스프링 상수와 이동속도에 따라서 시스템에 불안정성이 나타난다. 따라서 시스템특성에 따라 불안정한 구간을 회피하는 시스템설계 및 제어가 이루어져야 할 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (No. 2011-0017408)