

회전하며 전개하는 빔의 직선궤적에 따른 끝 단 진동 특성 연구

Dynamic response of a rotating with deploying beam for straight-line path tracing

정진태† · 김형래*
Jintai Chung and Hyoungrae Kim

1. 서 론

현대 산업현장에서 사용되는 많은 로봇 매니퓰레이터(Manipulator)의 링크는 강체로 가정하여 설계하였다. 링크를 강체로 가정하기 위해 링크를 길이에 비해 매우 두껍게 설계를 하여 로봇의 안정적인 동작뿐만 아니라 로봇 끝 단의 궤적 오차를 무시할 수 있었다. 하지만 로봇 링크의 두께 증가는 전체 로봇의 무게 증가로 이어지며 이는 액츄에이터의 높은 출력을 요구하며 높은 에너지 소비로 이어져 비효율적이다. 로봇의 경량화는 비용적인 측면뿐만 아니라 민첩한 작동 능력을 보유 할 수 있게 함으로써 생산성 향상에도 기여 할 수 있다.

링크의 경량화를 위한 해석을 수행하기 위해서는 링크를 유연체로 모델링 한다. 왜냐하면, 링크의 두께가 길이에 비해 얇아지면 동적 불안정성 및 궤적 오차 등의 문제가 발생하기 때문이다. 이러한 문제를 분석하기 위해서 지난 수십 년 동안 많은 연구가 수행 되어 왔다. 연구를 위한 몇몇 수학적 모델로는 단일 링크(Single link)부터 다관절 로봇으로 확장을 하였고 더욱 일반화 시켜 관절의 자유도를 임의로 부여 할 수 있는 모델이 있으며 끝 단 질량, 중력 효과, 축방향 강성 변화 등을 고려한 모델이 구축 되어 왔다. 이러한 모델로부터 회전 및 전개시 빔의 진동 양상이나 끝 단의 궤적 오차, 공진 가능성 등에 대한 연구를 수행하였다.

본 논문에서는 수학적 모델을 수립하여 고전적

인 비선형 변형 이론(von-Karman strain theory)과 해밀톤 원리(Hamilton Principle)를 이용하여 유도하고 갤러킨 방법(Galerkin Method)으로 이산화 한 후 뉴마크-시간적분법(Newmark Time Integration)으로 직선 궤적에 대한 시간응답을 논의 한다.

2. 수학적 모델 및 이산화된 운동 방정식

본 논문에서 사용한 수학적 모델은 회전 평면(in-plane)내에서 굽힘 변형 $v(x,t)$ 와 축 변형 $u(x,t)$ 에 초점을 맞췄으며, 중력 방향으로의 굽힘(out-plane)은 고려하지 않았다. 빔의 회전운동은 허브의 중심 O를 축으로 회전하며 속도는 Ω 이다. 또한, 빔은 허브로부터 전개하며, 이때 빔의 전체길이가 L 이며 허브 밖으로 전개된 길이는 $l(t)$ 이며 전개속도는 V 이다. 이에 대한 내용을 그림 1에 나타내었다.

빔의 운동방정식은 앞 절에서 언급했듯이 해밀톤 원리를 이용하여 유도하였다. 운동에너지는 그림 1에 나타낸 임의의 점 P의 속도벡터를 이용하여 구한다. 빔의 탄성에너지는 오일러 베르누이 빔(Euler-Bemoulli Beam)의 가정을 사용하여 고전적인 비선형 변형 이론을 적용하여 구한다. 빔에 가해지는 외부 힘은 빔을 전개시키기 위한 축 방향 힘과 원심력에 의해서 빔이 허브로부터 이탈하는 것을 막는 힘을 계산하여 외부 힘으로 적용 하였다.

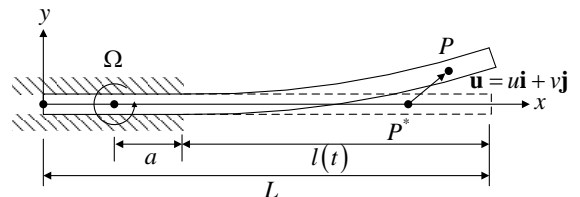


Fig 1 Rotating with deploying beam: Description of time varying length $l(t)$ and rotating speed Ω

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학과

E-mail : jchung@hanyang.ac.kr

Tel : 031-400-5287, Fax : 031-406-6964

* 한양대학교 일반대학원

해밀톤 원리로부터 계산된 운동방정식은 갤러킨 방법을 사용하여 이산화된 운동방정식을 행렬-벡터 형태로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{T}} + (\mathbf{G}^\Omega + \mathbf{G}^V)\dot{\mathbf{T}} + (\mathbf{K}^\Omega + \mathbf{K}^V)\mathbf{T} + \mathbf{N}(\mathbf{T}) = \mathbf{F}^\Omega + \mathbf{F}^V \quad (1)$$

여기서, \mathbf{M} 은 질량 행렬 \mathbf{G} 는 자이로 행렬, \mathbf{K} 는 강성행렬이며 \mathbf{N} 는 축 변형과 굽힘 변형이 연성된 벡터이다. 첨자 Ω 는 회전, V 는 전개 속도에 관련된 항이다.

3. 시뮬레이션 결과

회전하며 전개하는 운동을 하는 유연체 빔은 복합 운동을 하는 문제이다. 빔의 끝 단을 목표 지점까지 움직일 때 회전운동과 병진운동을 따로 하면 끝 단의 진동이 최소화 될 수 있지만, 실제적인 응용 관점에서 경로상에 장애물, 혹은 특정 궤적을 그려야 할 때는 직선궤적을 그리게 되는 경우가 있다. 이 때에는 병진과 회전에 의한 두 운동 효과가 동시에 일어나며 원하지 않는 진동을 발생시키며 궤적 오차가 나타난다.

직선 궤적을 그리는 방법은 회전 운동은 미리 정해져 있고 그에 따라 전개하는 빔의 길이를 변화시키는 형태이다. 본 논문에서는 회전속도는 가장 많이 사용하는 저크(jerk)에 의한 S-곡선(S-curve)을 적용하였다. 빔의 끝 단이 임의의 x 축 위의 어떤 점부터 y 축위의 점으로 이동할 때 기하학적인 관계에 의해 다음과 같은 방정식을 유도 할 수 있다.

$$l(t) = \frac{l_0 \sin \alpha}{\sin(\pi - \alpha - \theta)} \quad (2)$$

여기서 l_0 는 빔의 초기길이 α 는 직선궤적과 x 축 사이의 끼인각이며 θ 는 어떤 순간의 각도이다.

시뮬레이션에 사용한 회전 속도 프로파일은 식 (3)과 같고 목표 회전 각은 0에서 $\pi/2$ 이다.

$$\text{jerk} = \begin{cases} c & 0 \leq t \leq 0.5 \\ -c & 0.5 < t \leq 1 \\ -c & 1 < t \leq 1.5 \\ c & 1.5 < t \leq 2 \\ 0 & 2 < t \leq 3 \end{cases} \quad (3)$$

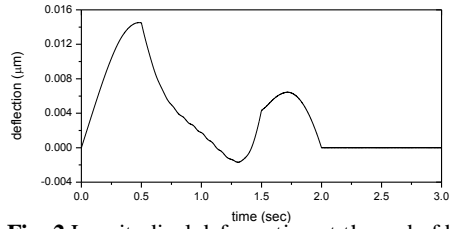


Fig. 2 Longitudinal deformation at the end of beam

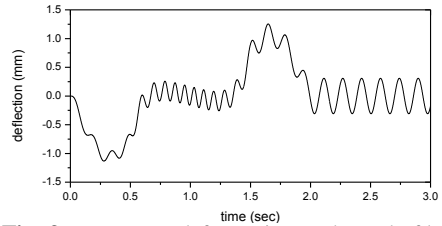


Fig. 3 Transverse deformation at the end of beam

여기서, c 는 목표 도달거리와 제한 시간이 주어지면 자동으로 결정되는 상수이다.

시뮬레이션에 사용된 기계적인 물성치는 알루미늄이며, 기하학적인 형상은 정사각형 빔으로 너비가 8mm이다. 그림 1은 축방향 변형 그래프이다. 직선 궤적을 그리기 위해서 빔이 허브 안쪽으로 들어가면 관성 때문에 인장을 받아 늘어난다. 빔이 들어갈 때 보다 나갈 때 진동이 작은 이유는 빔에 가해지는 원심력과 빔에 가해지는 축방향 힘이 어느 정도 상쇄되기 때문이다. 그림 2는 횡 방향 변형 그래프이다. 빔의 가감속시 접선방향 힘 때문에 크게 휘어지고 이 때 나타나는 변형으로 잔류진동이 발생하는 것을 볼 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 회전과 전개의 2자유도 운동을 하는 유연체 빔의 운동방정식을 수립하고 갤러킨 방법으로 이산화하여 시간응답을 구했다. 횡 방향 변형의 크기는 회전속도에 지배적으로 영향을 받으며 전개 길이에 따라 주기와 진폭이 달라지는 것을 볼 수 있었다. 차후 연구로는 빔의 궤적오차와 잔류진동 저감에 대한 연구를 수행할 예정이다.

후 기

이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국 연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2011-0017408)