

감도해석법을 이용한 보의 균열 위치 및 크기 해석

Vibration Analysis of a Twisted Beam with Crack

이정윤†, 이정우* · 김정호*

Jung Youn Lee, Jung Woo Lee and Sung Ho Kim

1. 서론

본 연구에서는 균열 발생 전, 후의 고유 벡터를 이용하여 균열을 탐지한다.

2. 이론

2.1 회전스프링 사용하여 균열 묘사

Chondros (1998)에 의하여 유도된 회전 스프링을 사용하여 균열을 묘사하였다.

$$\psi^* = \frac{6\pi(1-\nu^2)M_z h g(s)}{EI_{zz}} \quad (1)$$

여기서, $s = (a/h)$ 로 균열의 깊이 a 와 단면의 높이 h 에 대한 비이며

$$g(s) = 0.6272s^2 - 1.04533s^3 + 4.5948s^4 - 9.9736s^5 - 9.9736s^5 + 20.2948s^6 - 33.035s^7 + 47.1063s^8 - 47.1063s^9 + 19.6s^{10} \quad (2)$$

식(1)로부터 회전 스프링 강성(k_θ)을 얻을 수 있으며 그 방정식은 다음과 같다.

$$k_\theta = \frac{EI_{zz}}{6\pi(1-\nu^2)hg(s)} \quad (3)$$

2.2 균열 탐지 알고리즘

1) 고유벡터 변화량 행렬 $[\Delta\phi]$ 을 구하고 감도계수 행렬 $[\alpha]$ 을 구한다.

2) 감도계수 행렬로부터 다음과 같은 반복법을 사용하여 ΔK_{ij} 를 구한다.

$$\Delta K_{ii}^{(1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2, \quad i = j \quad (4)$$

$$\Delta K_{ij}^{(1)} = \alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2, \quad i \neq j \quad (5)$$

$$\Delta K_{ii}^{(i+1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2 - 2\alpha_{ii}\omega_{oi}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 - \omega_{ok}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ki}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i = j \quad (6)$$

$$\Delta K_{ij}^{(i+1)} = \alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \omega_{ok}^2$$

$$- \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{jk}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i \neq j \quad (7)$$

3) 위에서 구한 ΔK_{ij} 을 일반화된 강성 변화량 행렬인 $[\Delta K_{ij}]$ 로 만든다.

$$4) [\Delta K] = \{[\phi_o]^T\}^{-1} [\Delta K_{ij}] [\phi_o]^{-1} \quad (8)$$

5) 이 $[\Delta K]$ 를 강성행렬과 비교하여 (3)식에 있는 θ 를 해석한 다음 α 와 k_θ 를 구하고 이 k_θ 로부터 균열의 위치와 깊이를 구한다.

3. 모사 실험

Fig. 1은 외팔 보의 모델을 나타낸다. 길이 $L = 300$ mm, 높이 $h = 10$ mm, 폭 $b = 20$ mm, 세로 탄성계수 $E = 210$ GPa, 포아송 비 $\nu = 0.3$, 밀도, $\rho = 7860$ kg/m³인 보를 등 간격으로 5개 요소로 나누었다.

1) CASE 0: 균열이 없는 경우 $a = 0$

2) CASE 1: 3번 요소 오른쪽에 $a = 5$ mm

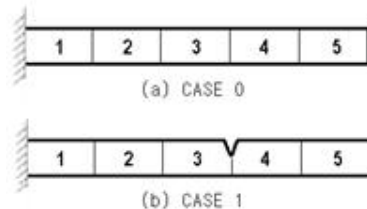


Fig. 2 Crack model in cantilever beam

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 변화 검토

Table 1 Comparison of natural frequencies before and after crack

mode	CASE 0 ω_o (Hz)	CASE 1 ω_2 (Hz)	$\frac{\omega_1}{\omega_o}$ (%)
1	92.82	90.66	97.68
2	582.08	475.46	81.68
3	1634.88	1499.87	91.74
4	3229.63	2954.24	91.47
5	5360.43	4702.21	87.72

† 교신저자: 정희원, 경기대학교 기계 시스템 공학부
E-mail : jylee@kgu.ac.kr
Tel : 031-249-9811 , Fax : 031-244-6300

* 경기대학교 대학원

mod e	CASE 0 ω_o	CASE 1 ω_2	$\frac{\omega_1}{\omega_o}$ (%)
1	92.82	90.66	97.68
2	582.08	475.46	81.68
3	1634.88	1499.87	91.74
4	3229.63	2954.24	91.47
5	5360.43	4702.21	87.72

4.2 고유벡터 변화 검토

Table 3 Delta eigenvectors before and after crack
(a) CASE 1

mode	delta eigenvectors $\Delta\phi \times 10^{-2}$									
1	-0.0001	-0.0029	-0.0003	-0.0047	-0.0006	0.0118	0.0001	0.0115	0.0008	0.0115
2	-0.0019	-0.0400	-0.0024	0.0365	0.0032	-0.0912	0.0003	-0.0162	0.0000	-0.0002
3	-0.0013	-0.0417	-0.0035	-0.0058	0.0014	-0.2339	-0.0028	0.0930	0.0078	0.2084
4	0.0070	-0.0232	-0.0053	-0.1903	0.0025	-0.3554	-0.0032	0.1079	0.0071	0.1934
5	-0.0058	-0.1036	0.0040	0.3892	0.0026	0.5265	-0.0063	-0.2595	0.0105	0.5671
6	-0.0032	0.5355	-0.0010	-0.6574	-0.0006	-0.5446	0.0042	0.2185	-0.0076	-0.4156
7	0.0046	-0.2150	-0.0017	0.8391	0.0040	0.4644	-0.0046	0.8416	-0.0117	-1.1120
8	0.0031	0.8645	-0.0036	0.7568	0.0023	0.4325	-0.0030	0.5620	-0.0082	-0.7848
9	0.0021	0.7606	-0.0066	0.1644	0.0022	-0.6732	0.0037	0.2900	0.0097	1.5470
10	-0.0008	-0.1295	-0.0010	-0.3557	0.0011	-0.3797	0.0013	-0.0409	0.0024	0.3293

4.3 감도계수의 해석

Table 4 Sensitivity coefficient of 3 d.o.f system
(a) CASE 1

$\alpha_{ij} \times 10$										
-0.0186	0.6052	0.0699	0.0312	-0.0171	0.0058	-0.0049	-0.0016	-0.0019	-0.0003	
-0.5799	-0.1936	-1.7040	-0.6649	0.3556	-0.1195	0.1011	0.0335	0.0380	0.0066	
-0.1502	1.4950	-0.3584	-1.9890	0.8381	-0.2580	0.2148	0.0704	0.0797	0.0138	
-0.0801	0.7639	1.5070	-0.6740	3.0850	-0.6087	0.4773	0.1503	0.1685	0.0288	
0.0699	-0.6602	-1.1380	-2.5870	-0.7861	2.1220	-1.3580	-0.3833	-0.4192	-0.0701	
-0.0273	0.2569	0.4236	0.8096	-1.3800	-0.6247	2.9660	0.4966	0.4999	0.0782	
0.0329	-0.3100	-0.5045	-0.9224	1.4050	-2.3960	-0.8096	-2.0070	-1.5950	-0.2156	
0.0127	-0.1192	-0.1929	-0.3459	0.5040	-0.6764	1.3380	-0.4636	-2.5180	-0.2025	
0.0200	-0.1880	-0.3035	-0.5395	0.7714	-0.9513	1.6440	2.1180	-0.5125	-0.9376	
0.0047	-0.0443	-0.0714	-0.1263	0.1788	-0.2119	0.3466	0.3430	0.8006	-0.0491	

4.4 균열 탐지 해석

Fig. 3은 반복회수에 따른 균열탐지를 예측한 그림이다. 반복회수가 증가함에 따라 오차가 감소하여 CASE 1 $a = 5.0mm$ 에 수렴함을 볼 수 있다.

Table 5은 반복회수를 50번까지 하였을 때 균열 탐지의 예측한 결과이다.

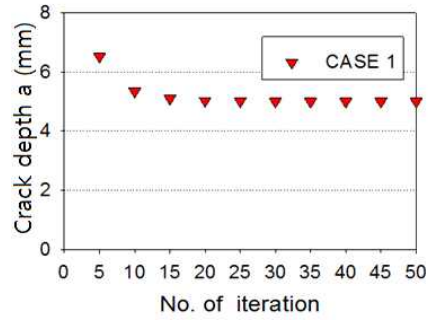


Fig. 3 Predictive crack according to the number of iteration

Table 5 Predictive crack in cantilever beam

Element No.	Crack depth a(mm)		ratio (%)
	original	prediction	
1	0	0	-
2	0	0	-
3	5.000	4.999	99.98
4	0	0	-
5	0	0	-

5. 결론

외팔 보에 균열 발생 전 후의 동특성을 이용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 균열 발생 전, 후의 고유벡터 변화량을 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였다.
- (2) 본 방법을 균열이 발생한 외팔보에 적용하여 균열 탐지를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

후기

본 연구는 2011학년도 한국연구재단 일반 연구자 지원사업에(기초연구사업)의해 수행되었음.

참고 문헌

- (1) Petroski, H. J., 1981, "Simply static and dynamic models for cracked elastic beam," International Journal of Fracture, Vol. 17, pp. 71-76.
- (2) Dimarogonas, A. D. and Papadopoulos, C. A., 1983, "Vibration of cracked shaft in bending," Journal of Sound and Vibration, Vol. 91, pp. 583-593.