

# 수평 사각용기의 접수진동 Hydroelastic Vibration of a Horizontal Rectangular Container

정경훈† · 김종욱\* · 김동옥\*\*

Kyeong-Hoon Jeong, Jong-Wook Kim and Dong-Ok Kim

## 1. 서론

공학적 구조물로 사각형 용기가 널리 사용되고 있다. 이러한 사각형 구조물에는 물이나 액체 화학물질을 보관하는 경우가 많다. 이러한 사각형 용기에 액체가 담긴 구조물의 고유진동 해석이론은 최근에 Zhou<sup>(1)</sup> 와 Jeong<sup>(2)</sup>이 이미 Rayleigh-Ritz 방법으로 정립해 놓았다. 하지만 이 이론은 바닥을 강체로 가정한 이론이며 수직형 사각용기를 다루고 있다. 본 논문은 수평형 사각용기에 유체가 채워질 경우, 고유진동 특성을 해석할 수 있는 이론을 Rayleigh-Ritz 방법으로 제시하고 이론의 타당성을 보여주고자 한다.

## 2. Rayleigh-Ritz 방법

### 2.1 공기중 사각형 용기의 해석

사각용기의 변위  $w$  는 식(1)과 같이 나타낼 수 있고, 식(2)의 변위 벡터를 도입하면 식(3)과 (4)의 기준운동에너지를 구할 수 있다.

$$w(\xi, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn} W_{mn}(\xi, y) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = \{q_{11} \quad q_{12} \quad q_{13} \cdots q_{1N} \quad q_{21} \quad q_{22} \quad q_{23} \cdots q_{MN}\}^T \quad (2)$$

$$T^* = \frac{\rho h}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{Z} \mathbf{q}, \quad Z = \int_0^b \int_0^{H+c} W_{mn} W_{uv} d\xi dy. \quad (3, 4)$$

그리고 사각형 용기의 최대 포텐셜에너지  $V$ 는 식(5)로 나타낼 수 있다.

$$V = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^{H+c} \left[ \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial \xi^2} \right\} + \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial y^2} \right\} \right]$$

† 교신저자; 정경훈, 한국원자력연구원

E-mail: khjeong@kaeri.re.kr

Tel: 042-868-8792

\* 한국원자력연구원, \*\* 한국원자력연구원

$$+ \mu \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial y^2} \right\} + 2(1-\mu) \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi \partial y} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial \xi \partial y} \right\} \Big] d\xi dy \quad (5)$$

여기서  $D$ 는 사각형 용기의 강성을 나타낸다.

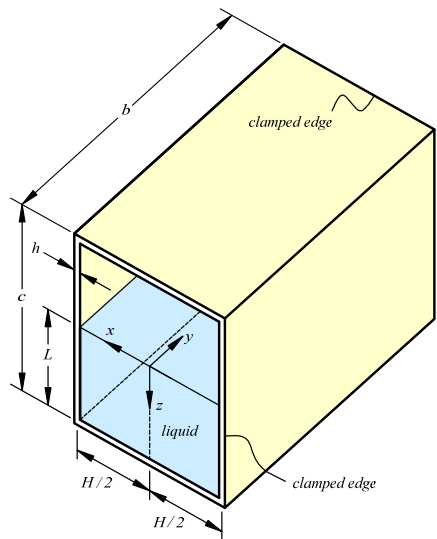


Fig. 1 Theoretical model of horizontal rectangular container filled with a liquid

### 2.2 접수 사각형 용기의 해석

사각형 용기에 채워진 유체를 이상유체로 가정하면 유체의 변위 포텐셜은 Laplace 방정식을 만족해야 한다. 이 방정식과 유체의 경계조건을 만족하는 유체의 변위 포텐셜을 대칭모드에 대하여 식(6)으로 나타낼 수 있다.

$$\phi(x, y, z) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M q_{mn} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{\Gamma_{mr} \cosh(\sigma_{rs} x) \sin(\lambda_r z)}{\sigma_{rs} \sinh(\sigma_{rs} H/2)} A_r + \frac{\Theta_{mr} \cos(\alpha_r x) \sinh(\beta_{rs} z)}{\beta_{rs} \cosh(\beta_{rs} L)} \right] \frac{\Xi_{ns}}{J_s} \cos(\tau_s y) \quad (6)$$

여기서

$$\tau_s = \frac{(s-1)\pi}{b}, \quad \lambda_r = \frac{(2r-1)\pi}{2L}, \quad \sigma_{rs} = \sqrt{\tau_s^2 + \lambda_r^2}, \quad (7-9)$$

$$\alpha_r = \frac{2(r-1)\pi}{H}, \quad \beta_{rs} = \sqrt{\tau_s^2 + \alpha_r^2}, \quad (10, 11)$$

여기서 그리고 유체의 기준운동에너지는 식(12)로 나타낼 수 있다.

$$T_o^* = \frac{1}{2} \rho_o \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^N \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} q_{mn} q_{uv} \left[ \frac{\Gamma_{mr}}{\sigma_{rs} A_r} \right. \\ \times \left. \left\{ \frac{\Omega_{ur}}{\tanh\left(\frac{\sigma_{rs} H}{2}\right)} + \frac{(-1)^{r+1} P_{urs}}{\sinh\left(\frac{\sigma_{rs} H}{2}\right)} \right\} + \frac{\Theta_{mr}}{\beta_{rs} A_r} \left\{ \Theta_{ur} \tanh(\beta_{rs} L) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(-1)^r \Pi_{urs}}{\cosh(\beta_{rs} L)} \right\} \right] \frac{\Xi_{rs} \Xi_{vs}}{J_s} = \frac{\rho_o}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{G} \mathbf{q}. \quad (12)$$

여기서 정의되지 않은 계수는 수식 전개과정에서 얻는 적분값이다. 식(3), (5), (12)로부터 Rayleigh-Ritz 방법을 적용하면 식(13)의 고유치 문제로 귀착되며, 식(13)으로부터 유체가 채워진 수평 사각형 용기의 고유진동수  $\omega$ 가 계산된다.

$$D \mathbf{U} \mathbf{q} - \omega^2 \{ \rho \mathbf{Z} + \rho_o \mathbf{G} \} \mathbf{q} = \{ 0 \} \quad (13)$$

### 3. 예제 및 검토

#### 3.1. 이론의 검증

제시된 이론을 검증하기 위하여 ANSYS 를 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. Table 1 은 알루미늄 수평 사각용기의 양쪽 끝단이 고정되고 물의 수위가 50%인 구조물의 고유진동수를 보여주고 있다. 10 개의 저차 모드 의 이론치 고유진동수와 유한요소해석으로 구한 고유진동수의 최대 오차가 3.95%로 나타났으며, 제시된 이론으로 매우 정확하게 접수 고유진동수를 예측할 수 있음

Table 1 Natural frequencies of a wet rectangular horizontal container (50% water level).

Mode	Natural frequency (Hz)		Discrepancy (%)
	Theory	ANSYS	
1	44.47	44.45	0.45
2	62.10	61.86	0.39
3	65.46	65.05	0.63
4	89.18	88.76	0.47
5	121.6	121.1	0.41
6	123.1	122.5	0.49
7	156.4	155.9	0.32
8	163.1	156.9	3.95
9	169.5	168.4	0.65
10	204.5	201.8	1.34

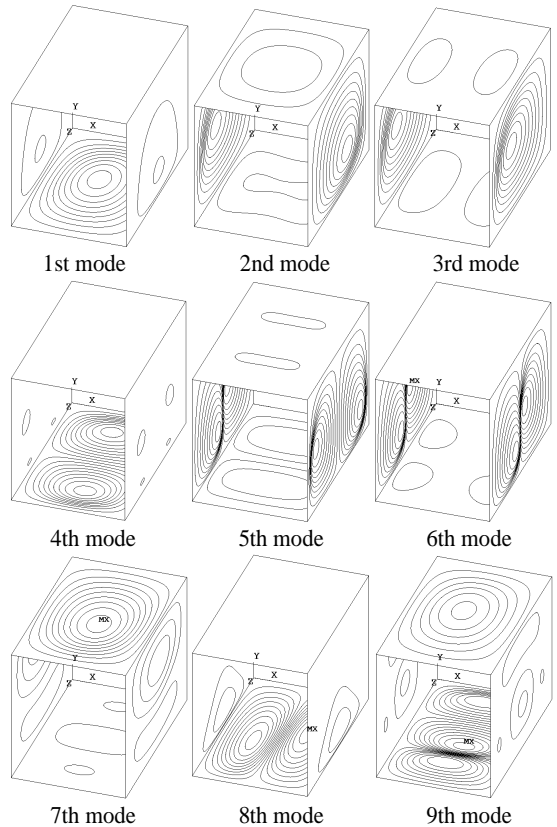


Fig. 2 Mode shapes of a wet container with a half liquid level.

이 밝혀졌다. Fig.2 에는 접수된 용기의 모드형상이 나타나 있다.

### 4. 결론

유체가 채워진 수평 사각용기에 대한 동특성 해석이론을 정립하였고, 이를 유한요소해석으로 검증하였다.

### 참고문헌

- (1) Zhou, D., Liu, W., 2007, Hydroelastic Vibrations of Flexible Rectangular Containers Partially Filled with Liquid, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 71, No. 2, pp.149~174.
- (2) Jeong, K. H., 2011, Hydroelastic Vibration Analysis of Liquid-contained Rectangular Tanks, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 40, No. 5, pp. 665~688.