

# Modal Expansion 을 이용한 Deformation shape 분석 방법

## Analysis Method of Deformation shape using Modal Expansion

이용근† · 정민기\* · 차기업\*\* · 조창기\*\*

Yonggeun Yi, Min-Ki Jeong, Ki-Up Cha and Chang-ki Cho

### 1. 서 론

사격의 정확도 관련 변수<sup>1</sup>는 다음의 3 가지의 변수에 의해 결정된다.

- Targeting Point of Impact (PI) comparison (Hardstand and Turret)
  - muzzle pitch angle
  - muzzle translational velocity effects
- Barrel bending shape (Hardstand)
- Interface loads (Hardstand)

이중에서도 Barrel 의 Deformation Shape 이 발사장치의 정확도에 아주 중요한 영향 미치는 변수이다. 이러한 측면에서 사격시 Barrel 의 거동을 정확하게 예측할 수 있는 모델 필요하며, 예측 모델 생성을 위해서는 생성 예측모델의 검증에 위한 실험모델 또한 필요하다. 하지만, 사격간의 횡방향 운동을 직접적으로 변위를 측정하기가 상당히 어려우므로, 사격시 발사장치의 거동을 변위 이외의 다른 물리량을 계측하여 합리적인 방법으로 변위를 산정하는 방법이 요구된다.

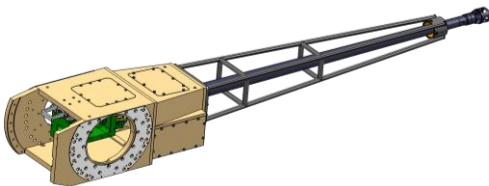


Figure 1 Study Model

본 연구는 조립체 단위의 모델링에 대한 타당성

확인 후, 타당성이 확보된 발사장치 시스템의 모델링을 활용하여 Modal expansion 을 이용한 Deformation 분석 방법으로 사격간 포열의 횡운동 특성을 정확히 계측하고 이를 분석할 수 있는 기법이 수립하고자 한다.

### 2. 사격간 포열 횡운동 계측 방법

#### 2.1 이론

Strain 과 변위의 관계를 이용하여 운동방정식을 세우면 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>(1)</sup>.

$$m(r) \frac{\partial^2 u(r,t)}{\partial t^2} + c(r) \frac{\partial u(r,t)}{\partial t} + L(u(r,t)) = p(r,t) \quad (1)$$

여기서  $r$  은 position vector,  $m$  은 mass,  $c$  는 damping 계수,  $p$  는 외력을 나타낸다.  $u(r,t)$  는 위치  $r$  에서 시간  $t$  일때 displacement vector 이다.  $L$  은 linear differential operator 를 나타낸다  
간단한 빔 모델에서,  $L$  은 다음과 같다.

$$L = EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} \quad (2)$$

$j$  번째 normal mode 를  $\Psi_j(r)$  라고 하면, mass 와 damping 은 다음과 같은 관계를 가진다

$$\int_V m(r) \Psi_j^T(r) \Psi_k(r) dV = m_j \delta_{jk} \quad (3)$$

$$\int_V c(r) \Psi_j^T(r) \Psi_k(r) dV = c_j \delta_{jk} \quad (4)$$

여기서,  $\delta_{jk}$  는 Kronecker operator 이다. 따라서,  $u(r,t)$  는

$$u(r,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \Psi_j(r) y_j(t) \quad (5)$$

로 나타내어진다.  $y_j(t)$  는  $j$  모드의 modal coordinate 이다. strain 에 관해서도,

† 교신저자: (주)브이테크

E-mail : yiyonggeun@gmail.com

Tel : 070-4616-2589, Fax : 070-8630-1630

\* (주)브이테크

\*\* 국방과학연구소(ADD)

$$\varepsilon(r, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_j(r) y_j^e(t) \quad (6)$$

여기서,  $\Phi_j(r)$  는  $j$  번째 mode 의 strain eigenvector 이다.

Strain 과 displacement 의 관계에 의해

$$\begin{aligned} \varepsilon(r, t) &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \right]^T \right) \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Psi_j(r)}{\partial x} + \left[ \frac{\partial \Psi_j(r)}{\partial x} \right]^T \right) y_j(t) \end{aligned} \quad (7)$$

가 되며 식(6)과 비교하면

$$y_j^e(t) = y_j(t) \quad j = 1 \dots \infty \quad (8)$$

$$\Phi_j(r) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Psi_j(r)}{\partial x} + \left[ \frac{\partial \Psi_j(r)}{\partial x} \right]^T \right) \quad j = 1 \dots \infty \quad (9)$$

가 된다

따라서, strain 의 응답과 displacement 응답을 Modal 측면에서 바라보면 다음과 같다.

$$Strain_{response} = \sum \phi_s \times MPF \quad (10)$$

$$Displacement_{response} = \sum \phi_d \times MPF \quad (11)$$

여기서 MPF 는 Modal Participation Factor 이고,  $\phi_s$  는 Strain mode shape,  $\phi_d$  는 displacement mode shape 을 나타낸다. 위의 식에서 strain 의 MPF 와 displacement 의 MPF 는 같은 값을 가지므로, strain 계측을 통하여 얻어낸 MPF 를 식(2)에 적용하여 displacement 값을 찾아낼 수 있다.

## 2.2 발사장치 조립체에 적용

발사장치 시스템을 아래의 그림과 같이 간단한 cantilevered beam으로 생각하고 strain을 계측한다고 가정한다.

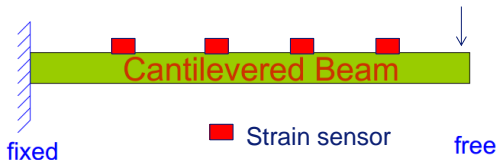


Figure 2. Simplified model and measuring strain

개념적인 부분만 활용하여 Strain 계측결과를 아래의 식과 같이 전개할 수 있다.

$$\{Force\} = [FRF_{strain}] \times \{Strain_{response}(spectrum)\} \quad (12)$$

여기서, 해석모델은 Test model 과 correlated & updating 되어야 하며, 교정된 해석모델에 대한 Modal Model 을 활용하여 보다 질 높은 FRF 생성하고자 한다. 그리고 사격간에 계측한  $\{Strain_{response}(spectrum)\}$  spectrum data 를 Inverse Force Identification 을 하기 위한 Operational data 사용한다.

$$\{Displacement_{response}\} = [FRF_{disp}] \times \{Force\} \quad (13)$$

$$MPF = \phi_d^T \cdot [FRF_{disp}] \cdot \{Force\} \quad (14)$$

최종적으로 산정된 Force 를 활용하여 변위 응답을 산정할 수 있다.

## 3. 결 론

추후 계측과 simulation을 통해 .본 연구의 분석 방법을 검증할 예정이다.

## 4. 참고문헌

- (1) Attilio C. Pisoni, Claudio Santolini, Dagmar E. Hauf\*, Steven Dubowsky “displacements in a vibration body by strain gauge measurement”, Proc. SPIE Vol. 2460, 1995