

비선형 마찰력이 작용하는 자려진동 모델의 스틱-슬립 발생조건

Criteria for Stick-Slip Vibration in a Self-Excited Oscillator with Nonlinear Friction Force

원홍인* · 정진태†
Hong-In Won and Jintai Chung

1. 서 론

기계시스템에서는 비보존력에 의해 다양한 현상이 나타난다. 특히 마찰에 의한 기계시스템의 불안정성은 기계장치에서 많은 문제를 야기하고 있으며, 이 중에서도 스틱-슬립 진동은 품질 관리 측면으로 많은 관심을 받고 있는 현상 중에 하나이다. 실제로 스틱-슬립 진동은 공장기계 등에서 빈번히 발생하여 생산 부품의 가공 정밀도에 영향을 미치고, 자동차 및 여러 산업 분야에서 부각되고 있는 이음 문제 또한 스틱-슬립 진동과 깊은 연관이 있는 것으로 여겨지고 있기 때문이다.

스티크-슬립 진동은 물체가 접촉면의 마찰력에 의해 움직일 때 접촉면과 상대적으로 정지한 상태(스티크 상태)와 미끄러지는 상태(슬립 상태)를 반복하는 운동으로, 일반적으로 기계장치가 저속으로 작동될 때 발생하며 부드럽지 못한 운동과 이음을 초래하는 것으로 알려져 있다.

스티크-슬립 진동을 유발하는 메커니즘으로는 물체와 접촉면 간의 상대속도에 따른 마찰특성이 주요한 요소가 된다. 이에 따라 마찰특성에 따른 스틱-슬립 진동 현상이 다양한 방법으로 연구되었으나 비선형적인 마찰특성에 대한 스틱-슬립 진동의 발생조건은 아직까지 난해한 문제로 남아있다.

따라서 본 연구에서는 비선형 마찰력이 작용하는 자려진동 모델을 통해 스틱-슬립 진동의 발생조건을 분석하고, 나아가 접촉면의 속도에 따라 스틱-슬립 진동을 발생시키는 감쇠의 추정 방법을 제시하고자 한다.

2. 모델링

2.1 자려진동 모델

스티크-슬립 진동을 구현하기 위하여 물체가 접촉면에 마찰력에 의해 움직이는 자려진동 모델을 Fig. 1과 같이 수립하였다. 여기서 m 은 물체의 질량, c 는 감쇠계수, k 는 스프링 상수이며, f 와 N 은 물체에 작용하는 마찰력과 접촉면에 작용하는 수직하중을 의미한다. 또한 x 는 스프링의 변형 이전 상태를 기준으로 한 물체의 변위이고, \dot{x} 은 물체의 운동 속도이며, v 는 접촉면의 이송속도이다.

시스템의 마찰특성은 물체의 운동 상태에 따라 다르게 적용되는데, 스틱 운동시에는 물체에 작용하는 탄성력과 감쇠력의 합력에 등가인 정지마찰력을 사용하고 슬립 운동시에는 물체와 접촉면의 상대속도가 커짐에 따라 점감하는 지수형 마찰력을,

$$f(\dot{x}) = (\mu_k + (\mu_s - \mu_k)e^{-\alpha(v-\dot{x})})N \quad (1)$$

과 같이 사용하였다. 이때 스틱-슬립 진동의 특성을 고려하여 $\dot{x} \leq v$ 임을 가정하였고, μ_s 는 최대정지마찰계수, μ_k 는 상대속도가 충분히 클 때 수렴하는 운동마찰계수이며, α 는 마찰계수의 점감속도를 결정하는 곡선맞춤계수이다.

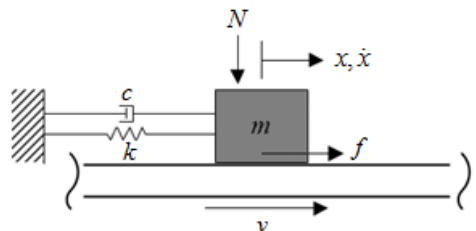


Fig. 1 Self-excited oscillation model

† 교신저자: 정회원, 한양대학교 기계공학과
 E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
 Tel : (031)400-5287, Fax : (031)406-5550

* 한양대학교 대학원 기계공학과

2.2 운동방정식

자려진동 모델에서 물체의 운동은 스틱 운동과 슬립 운동으로 나뉘어진다. 스틱 운동은 물체와 접촉면의 속도가 동일할 때 정지마찰력에 의해 물체가 접촉면과 함께 등속으로 움직이는 운동으로 그 운동방정식은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{x} = 0 \quad (2)$$

반면 슬립 운동은 물체와 접촉면 사이에 상대속도가 존재하거나, 둘의 속도가 동일하더라도 탄성력과 감쇠력의 합력이 최대정지마찰력 $f_s = \mu_s N$ 보다 클 때 나타나는 운동으로 운동방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx - f(x) = 0 \quad (3)$$

3. 스틱-슬립 감쇠

스티크-슬립 진동의 발생조건을 분석하기 위해서는 자려진동의 운동 양상을 파악해야 한다. 먼저 슬립의 운동방정식은 아래와 같이 변위 x 와 속도 y 의 위상경로방정식으로 변환될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= \frac{1}{m}(f(y) - cy - kx) \end{aligned} \quad (4)$$

이어서 식 (4)를 이용해 평형점 $(f(v)/k, 0)$ 에서의 특성방정식을 풀면 안정성을 구분하는 감쇠계수,

$$c_b = \alpha N(\mu_s - \mu_k)e^{-\alpha v} \quad (5)$$

를 획득할 수 있고, 이보다 큰 감쇠계수에 대해서는 위상경로에 불안정한 폐곡선이 존재함을 알 수 있다. 따라서 $c < c_b$ 이면 물체는 발산운동을 하면서 스틱 상태에 도달하게 되고, $c \geq c_b$ 라면 물체의 초기조건과 폐곡선의 크기에 따라 스틱 상태에 도달하거나 평형점까지 감쇠운동을 하게 된다.

어느 경우든 물체가 일단 스틱 상태에 진입하면 접촉면과 함께 운동하다가 $((f_s - cv)/k, v)$ 에서 다시 슬립 운동을 시작하게 된다. 이때 슬립 운동의 경로가 폐곡선을 따라가게 되는 감쇠계수를 수학적인 방법을 통해 근사적으로 추정하면,

$$c_s = A_0 \frac{A_1 \cosh[\alpha v] - A_2 \sinh[\alpha v] - 24}{\alpha^5 v^6} \quad (6)$$

$$\text{where } \begin{cases} A_0 = 6(\mu_s - \mu_k)e^{-\alpha v}N \\ A_1 = (\alpha v)^4 + 12(\alpha v)^2 + 24 \\ A_2 = 4(\alpha v)^3 + 24\alpha v \end{cases}$$

와 같다. 따라서 $c < c_s$ 이면 스틱-슬립 진동이 반복되게 되고, $c > c_s$ 이면 스틱-슬립 진동이 더 이상 발생하지 않게 된다.

4. 결 론

본 연구에서는 비선형 마찰력이 작용하는 자려진동 모델을 통해 스틱-슬립 진동의 발생조건을 분석하였다. 분석 결과에 따르면 스틱-슬립 진동은 시스템의 감쇠계수가 평형점에서 안정성을 구분하는 감쇠계수보다 작으면 항상 발생하게 되고, 폐곡선을 형성하는 감쇠계수보다 크면 발생하지 않게 되며, 두 감쇠계수의 사이에 있으면 물체의 초기조건에 의존하게 된다.

여기서 스틱-슬립의 발생조건을 구분하는 두 감쇠계수는 모두 접촉면의 이송속도 및 시스템의 마찰특성과 연관되어 있으므로, 시스템의 마찰특성을 알고 있다면 스틱-슬립 진동을 회피할 수 있는 접촉면의 이송속도와 감쇠계수를 상호 추정하여 시스템 설계 및 제어시 활용할 수 있을 것이다.