

스프링 지지를 받으며 축방향으로 전개하는 보의 동적 거동해석

Dynamic analysis of an axially moving beam with spring supports

정진태† · 김재원* · 박성필*
Jintai Chung, Jaewon Kim and Sungpil Park

1. 서 론

축방향으로 전개하는 보를 가지는 기계시스템은 취출로봇(Take-out robot), LCD 이송장비, 인공위성의 어펜디지(Appendage) 그리고 도킹 시스템(Docking system)과 같이 산업적, 우주공학적 분야에서 널리 사용되고 있다. 이러한 구조물은 신뢰성 및 내구성 향상을 위해 보의 거동 및 진동 분석이 중요하다.

본 연구에서는 롤러베어링에 의해 지지되며 축방향으로 전개하는 보에 대한 동적 거동을 분석하였다. 또한 veering 현상과 모드 국부화를 통하여 진동을 저감할 수 있는 조건을 제시하였다.

2. 모델링 및 운동방정식

Fig.1과 같이 스프링 지지를 받으며 축방향으로 전개하는 보의 모델이 고려되었다. 보의 전체길이 L , 단면적 A , 관성모멘트 I , 탄성계수 E 그리고 체적밀도 ρ 를 가졌으며, 2개의 롤러베어링에 의해 지지되어 있다. 롤러베어링은 스프링 상수 k 를 갖는 스프링으로 나타낼 수 있다. 그리고 횡방향으로 분포력 $p(x, t)$ 를 받으며, 축방향으로 외력 F 에 의해 전개속도 $V(t)$ 로 움직인다. 또한 전개하는 보의 병진과 회전에 대한 강체운동을 각각 $X(t)$, $Y(t)$, $\theta(t)$ 로 나타내었으며, 횡방향에 대한 변형은 $v(x, t)$ 로 나타내었다. 여기서, $X(t)$ 는 축방향의 속도 $V(t)$ 에 규정되어 있다.

전개하는 보의 운동방정식을 구하기 위해 라그랑지안적 관점(Lagrangian description)으로 과정을 전개하였다. 그리고 보의 축방향 변형은 매우 작기 때문에 무시하였다.

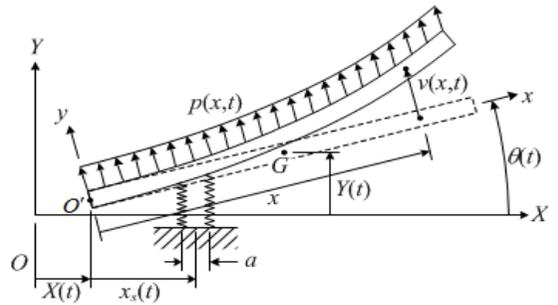


Fig.1 Mathematical model

변형 후, 보의 임의의 좌표와 2개의 스프링의 끝점에 대한 위치벡터를 구하고, 보의 위치벡터를 미분한 속도벡터로 보의 운동에너지를 얻을 수 있다. 또한 변형률 이론을 이용하여 보의 변형에너지와 스프링 위치벡터를 이용하여 탄성에너지를 구한다. 마지막으로 보에 작용하는 비보존력에 의한 에너지를 구한다. 그리하여 각 에너지에 대해 해밀턴(Hamilton)원리를 이용하여 시스템의 각 Y, θ, v 의 지배방정식 및 경계조건을 다음과 같이 구하였다.

$$\rho A \left(\ddot{Y} + \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) + \sum_{n=1}^2 k \left[Y + \left(x - \frac{L}{2} \right) \theta + v \right] \delta(x - x_n) = p \quad (3)$$

$$\rho A \left[\frac{L^2}{12} \ddot{\theta} + \left(x - \frac{L}{2} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right] + \sum_{n=1}^2 k \left(x - \frac{L}{2} \right) \left[Y + \left(x - \frac{L}{2} \right) \theta + v \right] \delta(x - x_n) = \left(x - \frac{L}{2} \right) p \quad (4)$$

$$\rho A \left(\ddot{Y} + \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) + \sum_{n=1}^2 k \left[Y + \left(x - \frac{L}{2} \right) \theta + v \right] \delta(x - x_n) + EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = p \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = 0 \quad \text{at } x=0, L \quad (6)$$

† 교신저자; 정희원, 한양대학교

E-mail : jchung@hanyang.ac.kr

Tel : 031-400-5287, Fax : 031-406-6964

* 한양대학교 대학원

3. Veering 현상과 모드 국부화

식(3-5)를 갤러킨 방법(Galerkin's method)을 이용하여 이산화시키고 고유치해석을 통해 스프링 위치 및 강성에 따른 유연보의 고유진동수를 분석하였다.

보에 대한 스프링 상대적 위치가 변화할 때 보의 고유진동수를 분석하면 익히 잘 알려진 고유진동수의 veering 현상이 나타난다. 이 때, 근접하는 고유진동수의 두 모드는 모드 교환(mode exchange)이 발생한다. 여기서 유연보의 1, 2차 고유진동수는 스프링이 보의 중앙에 위치할 때, 고유진동수의 veering 현상이 나타나며, 이 때의 고유진동수를 스프링의 강성에 따라 변화시키면 앞과 동일한 고유진동수의 veering 현상이 나타난다.

한편 스프링의 강성을 변화시켜 1, 2차 고유진동수를 더욱 근접하도록 조정하면 모드의 형상이 국부화(mode localization)되는 현상도 확인 할 수 있다. 모드 국부화란 유연보를 스프링 중심으로 양단(span)을 나누어 보았을 때, 어느 한쪽 모드형상의 변형이 상대적으로 매우 커서 형상의 변화가 국부적으로 일어나는 것을 말한다. 1, 2차 모드 형상의 국부화가 일어나는 스프링의 강성은 108.1×10^3 이며, 이것은 1, 2차 고유진동수의 veering 현상이 일어나는 강성과 같다. Fig.2와 Fig.3은 각각 스프링 강성이 28.9×10^3 와 108.1×10^3 의 경우, 스프링 위치 $x_s(0.025, 0.3, 0.5)$ 에 따른 1, 2차 모드형상을 그린 것이다. Fig.3을 살펴보면 임의의 강성을 사용한 Fig. 2의 형상들과 달리, 고유진동수의 veering 현상이 일어나는 강성(108.1×10^3)을 사용 함으로서 두 모드 형상이 모두 국부화가 일어나는 것을 알 수 있다.

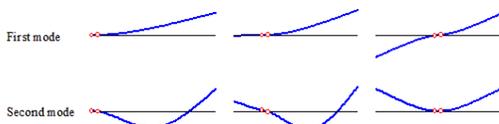


Fig. 2 Mode shape for various spring positions when $k=28.9 \times 10^3$

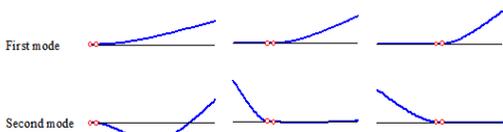


Fig. 3 Mode shape for various spring positions when $k=108.1 \times 10^3$

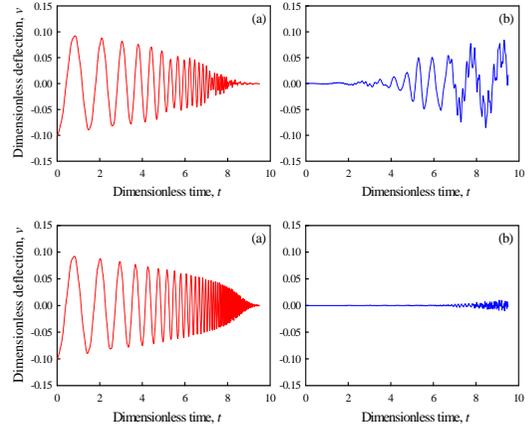


Fig. 4 Dynamic response at the left(a) and right(b) end. : (top) when $k=28.9 \times 10^3$ / (bottom) when $k=108.1 \times 10^3$

모든 스프링 위치에 대하여 모드형상을 분석하면 스프링 강성이 108.1×10^3 의 경우, 1차 모드는 위치와 관계없이 한 쪽 구간의 크기를 0으로 만든다. 이는 한 구간에서 다른 구간으로 1차 모드의 진동이 전달되지 않음을 의미한다. 뿐만 아니라 2차 모드 역시 제한적으로 국부화 되어 진동전달이 저감된다.

Fig.4는 임의의 강성(28.9×10^3)과 함께 고유진동수의 veering 현상이 일어나는 강성(108.1×10^3)을 적용한 전개하는 보 양끝 단의 응답을 나타낸다. 두 강성에 대한 응답을 서로 비교해보면, 초기 변형을 가지고 있는 왼쪽 끝단의 응답 크기는 서로 유사하지만 오른쪽 응답의 크기는 확연히 다른 것을 알 수 있다. 스프링 강성을 108.1×10^3 을 적용한 전개하는 보 시스템은 왼쪽의 단의 1, 2차 모드 진동이 오른쪽 보로는 전달이 되지 않았음을 의미한다.

5. 결 론

본 연구에서는 스프링 지지를 받으며 전개하는 보의 강체 및 횡방향 변형에 대한 지배방정식을 구하였다. 고유치 해석을 통해 스프링 위치와 스프링 상수에 대한 고유진동수의 veering 현상과 모드 교환을 분석하였으며, 모드 형상의 국부화를 이용한 진동 전달을 최소화하는 방안을 확인하였다.

후 기

본 연구는 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (NO. 2011-0017408)