

초기 비틀림 각의 영향을 고려한 회전 축 중심을 지향하는 빔 모델의 진동해석

Bending Vibration of inward oriented Rotating Beams considering the pre-twisted angle

이건호* · 유희희†
Gun Ho Lee, Hong Hee Yoo

1. 서 론

터보 펌, 터보 엔진과 같은 구조물들의 공통점으로는 회전을 하는 구조물이며 모두 동적 특성과 연관되어있다. 이러한 예제들의 특징으로는 원심력으로 인한 강성변화를 가져오게 되어 고유진동 특성 변화에까지 영향을 미치게 된다는 특징을 가지고 있다. 그러므로 구조물들의 동적 특성을 변화를 보다 정확하게 예측하는 이론적 정립을 필요로 한다. 회전하는 구조물에 대한 연구는 1920년대 영국 학자 Southwell 에 의해 시작 되었고 회전 빔의 굽힘 진동방정식을 유도하였으며 그 후로 현재까지 많은 연구들이 진행되고 있으며, 1970년대 컴퓨터를 통한 기준에 해석적 방법에서 수치적인 방법으로 발전해왔다. 본 논문에서 선형 운동방정식을 복합 변형 변수를 사용하여 정의하였으며, Kane의 방법을 이용한 보 구조물의 다양한 연구들을 수행하게 되었다. 본 논문에서 다루는 모델의 특성으로는 회전 반경 안쪽으로 지향하는 빔이 부착되어 있을 때 동적 특성의 변화를 2장에서 운동방정식으로 다루고 있으며 3장으로는 결과를 다룬다.

2. 진동운동방정식

이 장에서는 복합변형 변수를 이용하여 동적 모델링에 의한 운동방정식을 소개하며 상세내용은 Ref.(1)을 참조한다. 본 연구에서는 회전 중심 안쪽

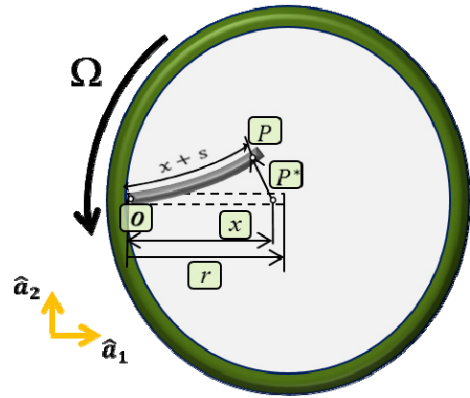


Fig.1 Inward oriented beam Model

방향을 지향하는 모델의 관성력 효과와 초기 비틀림에 의해 진동 특성 변화를 초점으로 맞추기 위하여 3가지로 전체 하였다. 첫째 빔의 단면은 일정하고 대칭하며 균질(homogeneous)이고 등방성(isotropic)이다. 둘째 전단 효과, 단면관성효과를 제외 하고 있다. 셋째 탄성축과 도심은 일치한다. Fig.1에서의 \hat{a}_2, \hat{a}_1 은 기준좌표계(reference frame) O에 고정된 단위 벡터들을 나타낸다, 빔의 변형 전 P^* 는 변형 후 P의 위치로 이동된다. 변형 전 O점으로부터 x만큼 떨어진 P의 위치로 이동되고, s는 늘어난 길이를 나타낸다. 반경이 r이고 각속도 Ω인 축에 고정되어 있는 빔의 경우 기준점 O의 속도벡터 \hat{a}_2, \hat{a}_1 방향 스칼라의 구성요소로는 (4)와 같다.

$$\vec{\omega}^A = \Omega \hat{a}_3, \vec{v}^O = -r\Omega \hat{a}_2 \quad (4)$$

보의 고정단에서 $\theta=0$, 보의 자유단에서 $\theta=a$ 으로 가정할 때 운동방정식을 정리하면 다음과 같다.

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : 02-2220-0446 , Fax : 02-2299-8169
* 정희원, 한양대학교 기계공학과

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{\mu} M_{ij}^{11} \ddot{q}_j - \sum_{j=1}^{\mu} 2\Omega M_{ij}^{12} \dot{q}_j + \sum_{j=1}^{\mu} [K_{ij}^S - \Omega^2 M_{ij}^{11}] q_j \\
& = \Omega^2 Q_i + r\Omega^2 P_i \\
& \sum_{j=1}^{\mu} M_{ij}^{22} \ddot{q}_j - \sum_{j=1}^{\mu} 2\Omega M_{ij}^{21} \dot{q}_j + \sum_{j=1}^{\mu} [K_{ij}^{B23} + K_{ij}^{B2}] q_j \\
& + \sum_{j=1}^{\mu} \Omega^2 [rK_{ij}^{GA2} + K_{ij}^{GB2} - M_{ij}^{22}] q_j = 0 \\
& \sum_{j=1}^{\mu} M_{ij}^{33} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{\mu} [K_{ij}^{B32} + K_{ij}^{B3}] q_j \\
& + \sum_{j=1}^{\mu} \Omega^2 [rK_{ij}^{GA3} + K_{ij}^{GB3}] q_j = 0 \quad (i=1, \dots, \mu_2)
\end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)를 무차원화된 진동방정식으로 변환 시키기 위해 (6)으로 무차원 변수들을 정의한다.

$$\xi \triangleq \frac{x}{L}, \theta_{aj} \triangleq \frac{q_{2aj}}{L}, \delta \triangleq \frac{r}{L}, \gamma \triangleq T\Omega, \kappa \triangleq \frac{I_2^*}{I_3^*} \tag{6}$$

(6)에서 T 는

$$T = \sqrt{\frac{\rho L^4}{EI}} \tag{7}$$

식(6,7)을 사용하여 식(5)을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{\mu_2} \bar{M}_{ij}^{22} \ddot{\theta}_j \\
& + [\bar{K}_{ij}^{B2} + \gamma^2 (-\bar{M}_{ij}^{22} + \delta \bar{K}_{ij}^{GA2} + \bar{K}_{ij}^{GB2})] \theta_j \\
& + \sum_{j=1}^{\mu_3} \bar{K}_{ij}^{B23} \theta_{3j} = 0 \\
& \sum_{j=1}^{\mu_3} \bar{M}_{ij}^{33} \ddot{\theta}_j + [\bar{K}_{ij}^{B3} + \gamma^2 (\delta \bar{K}_{ij}^{GA3} + \bar{K}_{ij}^{GB3})] \theta_{3j} \\
& + \sum_{j=1}^{\mu_2} \bar{K}_{ij}^{B32} \theta_{2j} = 0
\end{aligned}$$

3. 결 과

이 논문에서는 초기 비틀림 각을 가지며 회전을 포함한 빔의 특성함수와 가상모드로 사용하여 해석하였다. Table. 1 에서는 10 개의 모드를 사용하여 수치해석을 수행하여 회전각속도에 따라 좌굴현상이 시작되는 각속도의 값을 나타내며 $\theta = 0$ 는 다른 논문과의 비교를 통해 정확성과 신뢰성을 검증 하였고 추가적으로 비틀림 $\theta = 30, 60, 90$ 를 구해보았다. Fig. 2 로는 δ 와 비틀림 각도, 각속도에 따라 좌굴현상이 일어나는 시점을 그래프로 표현

해보았다.

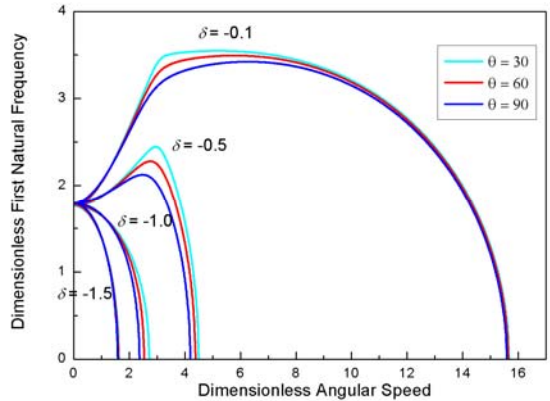


Fig.2 Variation of Natural Frequencies versus Angular speed (Case of $\kappa = 0.25$)

Table. 1 The starting Value of the angular velocity generated by buckling

(Case of $\kappa = 0.25$)

θ δ	0 Ref(2)	30	60	90
-0.1	15.67	15.66	15.63	15.58
-0.5	4.53	4.53	4.37	4.19
-1.0	2.83	2.71	2.53	2.36
-1.5	1.62	1.62	1.60	1.57

후 기

본 연구는 2011 년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다.

참고문헌

- (1) Southwell. R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," British A. R. C. Reports and Memoranda No. 766.
- (2) Jung,Hun.Park.1996. Bending Vibration of a Pretwisted Rotating Cantilever Beam KSME,20.7,pp.891~898
- (3) Hong Hee Yoo,1992, "Bending Vibration of Rotating Cantilever Beams", KSME, Vol 5,pp.891~898
- (4) S.Naguleswaran,1997,"Out of plane Vibration of a uniform Euler-Bernoulli Beam Attached to the inside of a Rotating", Journal of Sound and Vibration,Vol200,pp.63~81