

# 균열을 가진 비틀린보의 진동해석

## Vibration Analysis of a Twisted Beam with Crack

이정우\* · 최상훈\* · 김낙점\* · 최강민\* · 이정윤†

Jung Woo Lee, Sang Hoon Choi, Nak Jeom Kim, Kang Min Choi and Jung Youn Lee

### 1. 서 론

노화, 피로 및 환경적 요인에 의하여 일부 구조물들은 균열과 같은 손상을 경험하게 된다. 손상의 원인을 분석하기 위하여 균열의 깊이와 위치를 찾기 위한 많은 연구들이 진행되었다. 문헌(Lee and Chung (2000), Nahvi and Jabbari (2005))에서 보고된 결과들에 따르면 균열은 고유진동수를 감소시킨다고 알려졌다. 또한, 균열은 회전 스프링(Rotational spring)으로 묘사 할 수 있다(Chondros et al. (1998)). 많은 연구자들이 균열에 대한 연구를 수행하였음에도 불구하고 아직 비틀린 보에 대한 균열의 영향에 대한 연구는 수행되지 않았다.

본 논문에서는 비틀림각을 가진 균일한 베르누이-오일러 보에 대한 균열의 영향이 연구 되었다. Chondros et al. (1998)에 의하여 고려된 것과 같이 균열을 가진 보 요소를 회전 스프링으로 연결된 두 개의 세분화된 요소로서 모델링 하였다. 선형성을 유지하기 위하여 균열은 개방균열(Open crack)로 가정하였다. 면내(In-plane) 에서 발생한 균열은 면내뿐만 아니라 면외(Out-of-plane)의 굽힘 진동에도 영향을 미친다. 물론, 균열이 발생한 면 보다는 영향이 미미하다. 하지만, 두 주평면에 모두 영향을 미치는 균열이론은 아직까지 연구되지 않았다. 따라서, 본 연구에서는 비틀리지 않은 보(Untwisted beam)에 대해서는 면외 굽힘 진동의 고유진동수는 변화하지 않는다. 그러나, 비틀림 보에 대해서는 두 주 평면에서 연성된 굽힘 변위의 영향으로 고유진동수가 변화 된다. 본 연구에서 제안된 방법의 정확성을 검

증하기 위하여 ANSYS를 사용하여 얻어진 결과들과 비교 하였으며 적절한 결론이 도출되었다.

### 2. 이 론

#### 2.1 회전 스프링

에너지법을 사용하여 Chondros (1998)에 의하여 유도된 회전 스프링을 사용하여 균열을 묘사하였으며 균열의 영향으로 순수 굽힘 모멘트에 의하여 생성되는 추가적인 변위에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$\psi^* = \frac{6\pi(1-\nu^2)M_z h g(s)}{EI_{zz}} \quad (1)$$

여기서,

$$g(s) = 0.6272s^2 - 1.04533s^3 + 4.5948s^4 - 9.9736s^5 + 20.2948s^6 - 33.035s^7 + 47.1063s^8 - 47.1063s^9 + 19.6s^{10} \quad (2)$$

그리고,  $\psi^*$ 는 균의 영향으로 발생하는 추가적인 변형곡선의 기울기,  $M_z$ 는 면내 굽힘 모멘트,  $\nu$ 는 보요소의 포아송비,  $EI_{zz}$ 는 면내의 굽힘강성,  $h$  단면의 높이,  $s(a/h)$ 는 균열의 깊이( $a$ )와 단면의 높이에 대한 비이다.

식(1)로부터 회전 스프링 강성( $K_t$ )을 얻을 수 있으며 그 방정식은 다음과 같다.

$$K_t = \frac{EI_{zz}}{6\pi(1-\nu^2)hg(s)} \quad (3)$$

식(3)의 회전 스프링 강성은 전달행렬(Patil and Maiti (2003))로 변환 할 수 있으며 그것은 다음과 같다.

† 교신저자: 정희원, 경기대학교 기계 시스템 공학부  
E-mail : jylee@kgu.ac.kr  
Tel : 031-249-9811 , Fax : 031-244-6300

\* 한전KPS(주) 기술연구원

$$\begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \\ \psi \\ V_y \\ V_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & K_t^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \\ \psi \\ V_y \\ V_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_i \quad (4)$$

여기서,  $K_t^* = \psi^*$  or  $1/K_t$ ,  $v$ 와  $w$ 는 각각 면의, 면 내 굽힘 변위,  $\phi$ 는 면의 굽힘 곡선의 기울기,  $V_y, V_z$ 는 각각  $y$ 와  $z$ 방향에 대한 전단력,  $M_y$ 는 면의 굽힘 모멘트이다.

## 2.2 적용 예

제안된 방법의 증명을 위하여 사용된 보 요소의 재료 물성치는 Table 1과 같다.

**Table 1** The properties for a twisted Bernoulli-Euler beam with an edge crack

Notation	Description	Value
$EI_{zz}$	Bending stiffness of in-plane	$416.667Nm^2$
$EI_{yy}$	Bending stiffness of out-of-plane	$2604.167Nm^2$
$m$	The mass per unit length	$1.9625 kg/m$
$L$	The length of beam	$0.8 m$
$s(a/h)$	The ratio of crack	$0.5$
$L_c$	the location of crack	$0.2 m$

## 2.3 적용 결과

제안된 방법으로 얻어진 고유진동수를 ANSYS를 통하여 얻어진 결과들과 비교 하였으며 Table 2~3 은 균열이 없는 0, 45, 90도 비틀림 각을 가진 보에 대한 고유진동수 결과 값이다. 이때 회전스프링( $K_t$ ) 값은  $\infty$ 이다. Table 3에서 균열이 없을 때의 차이 (Error(%))를 확인 할 수 있다.

**Table 2** The first five natural frequencies for a twisted beam. (0 and 45 deg.)

Mode Number	Natural frequencies (Hz)			
	$\beta=0$		$\beta=45$	
	Present	ANSYS	Present	ANSYS
1	12.74	12.76	12.82	12.83
2	31.85	31.85	30.55	30.56
3	79.84	79.90	83.87	83.89
4	199.61	198.72	176.64	176.26
5	223.56	223.46	252.89	252.16

**Table 3** The comparison results between the proposed method and ANSYS. (90 deg.)

Mode Number	Natural frequencies (Hz)		
	$\beta=90$		
	Present	ANSYS	Error(%)
1	13.04	13.06	-0.153
2	27.74	27.76	-0.072
3	94.19	94.12	0.074
4	151.69	151.53	0.106
5	294.92	293.62	0.441

Table 4~5은 균열비(s)가 0.5일때, 비틀림 각 0, 45, 90도에서의 고유진동수 비교 결과이다. Table 5에서 균열이 있는 보에 대한 차이를 확인 할 수 있다.

**Table 4** The first five natural frequencies for a twisted beam with an edge crack. (0 and 45 deg.)

Mode Number	Natural frequencies (Hz)			
	$\beta=0$		$\beta=45$	
	Present	ANSYS	Present	ANSYS
1	12.33	12.38	12.40	12.45
2	31.85	31.52	30.54	30.26
3	79.73	79.81	83.79	83.76
4	199.61	198.64	174.77	174.56
5	218.07	218.51	249.53	249.06

**Table 5** The first five natural frequencies for a twisted beam with an edge crack. (90 deg.)

Mode Number	Natural frequencies (Hz)		
	$\beta=90$		
	Present	ANSYS	Error(%)
1	12.60	12.65	-0.397
2	27.70	27.51	0.686
3	94.16	93.92	0.255
4	149.71	149.7	0.007
5	292.78	291.55	0.420

## 3. 결 론

본 연구에서는 균열을 회전 스프링으로 묘사함으로써 균열의 영향을 확인 하였으며, ANSYS와의 비교를 통하여 제안된 방법의 타당성을 확인 할 수 있었다.

1) 균열을 가진 비틀린 보에 대해 정확 해를 얻을 수 있는 방법을 제시하였다.

2) 균열을 회전 스프링으로 묘사하였으며, 회전 스프링 강성을 전달행렬로 변환 하였다.