역문제: 2차원 전자파 산란문제

김태용* · 이훈재*

*동서대학교 컴퓨터정보공학부

Source Estimation of Digital Filter System using Inverse Problem

Tae Yong Kim* · Hoon-Jae Lee*

*Div. of Computer & Information Engineering, Dongseo University

E-mail : tykimw2k@gdsu.dongseo.ac.kr

요 약

물체 내부구조 및 매질 정수의 분포를 측정하기 위한 비파괴 기술은 지하자원의 탐사, 지하 케이블 및 매설관의 식별, 의료 분야의 영상진단 등에서 폭넓게 적용될 수 있다. 본 연구에서는 문제의 단순화를 위해 2차원 전자파 산란문제를 대상으로 역산란에 대한 해를 구하기 위한 정식화 과정을 검토하고 이의 유효성을 검증하고자 한다.

ABSTRACT

Non-destructive technique to measure internal structure and constant distribution of material can be widely used to exploration of mineral resources, identification of underground cables and buried pipelines, and diagnostic imaging in medical area. In this paper, inverse scattering solution based on 2-dimensional EM scattering problem should be considered and formulated.

키워드

비파괴 기술, 전자파 산란, 역문제, 자원탐사

Ⅰ. 서 론

역문제(inverse problem)는 수학 및 과학 분야에서 모델 매개변수들의 값을 관측 자료를 통해서 획득하는 제반 문제를 말한다. 이러한 역문제의 응용으로서 물체의 내부 구조 및 매질 정수의 분포를 측정하기 위한 비파괴 기술을 들 수 있으며 주로 지하자원의 탐사, 지하 케이블 및 매설관의 식별, 의료 분야의 영상진단 등에서 폭넓게 활용되고 있다.

이와 같이 역문제[1-3]는 다양한 분야에서 연구되고 있지만, 역문제가 발생하는 근본적인 이유는 원하는 매개변수를 직접 관측하길 희망하지만 실제 관측을 통해 데이터를 얻기 힘든 경우가 종종 발생하기 때문이다.

본 연구에서는 문제의 단순화를 위해서 임의 형태를 가지는 산란체에 의한 2차원 전자파 산란문제를 대상으로 하였다. 이 경우 산란장의 임의의 관측점에서 측정된 데이터 집합을 통해 입사파의 형태를 추정하기 위한 수단으로 역문제의 적용 가능성을 검토하였다.

Ⅱ. 역문제의 검토

역문제는 일반적으로 선형 역문제와 비선형 역문제로 구분할 수 있다. 본 연구에서는 선형 연산자 L에 의해 물리적 법칙이 명확하다고 가정하고, 관측 자료의 집합 f를 통하여 얻고자 하는 모델 변수의 집합 g 사이의 관계는 다음과 같은 관계를 만족하는 선형 문제로서 가정하였다.

$$L(f) = g \tag{1}$$

식 (1)과 같은 문제를 풀기 위해서 다양한 방법을 시도할 수 있으나 본 연구에서는 비선형

Conjugate Gradient Method를 이용하여 관측된 데이터를 근거로 국소적으로 선형화 과정을 반복적으로 풀어가면서 해를 구하는 방식을 택하였다.

일반적으로 산란장에서의 전자계는 입사파 E^{inc}와 산란계 E^{scat}의 관계로 다음과 같이 표현 가능하다.

$$E = E^{inc} + E^{scat} \tag{2}$$

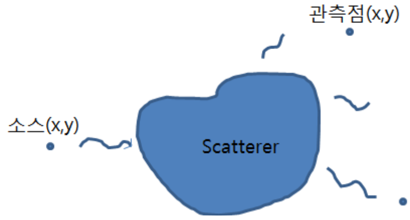

그림 1. 역문제를 통한 소스 추정

여기서 전계는 z성분만 가지고, 자계가 x, y-성분만을 가지는 TM(Transverse Magnetic)파 문제로 제한을 두면,

$$E_z = E_z^{inc} + E_z^{scat} \tag{3}$$

의 관계를 만족하게 된다[4-6]. 역문제를 고려하기 위하여 근방계에서의 관측점이 필요하므로 식 (3)에 근거하여 입사파가 주어진 경우에 대한 임의의 위치에서의 근방계 데이터를 얻을 수 있다(그림 1 참조). 이를 통하여 문제를 확장하면 입사계 E_z^{inc}를 모르더라도 일단 관측 데이터를 획득할 수 있는 상황인 경우에는 역문제를 통하여 이를 추정할 수 있게 된다. 따라서 입사계의 추정을 위하여 이미 알고 있는 위치에서의 추정 값은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\widetilde{E_z^{inc}} = f(t)\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_s}) \tag{4}$$

여기서 $\delta(\boldsymbol{r})$은 Dirac delta 함수를 의미한다. 식 (4)를 식 (3)에 적용하여 다시 표현하면 다음과 같은 관계를 가지게 된다. 따라서 임의 관측점에서 측정 데이터가 확보된 경우라면 이론적으로 $\widetilde{E_z^{inc}}$의 값을 추정할 수 있게 된다.

$$E_z = \widetilde{E_z^{inc}} + E_z^{scat} = f(t)\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_s}) + E_z^{scat} \tag{5}$$

식 (5)와 같은 역문제를 풀기 위해서는 선형 연산자에 기여하는 시스템 행렬을 계산하고 이 행렬의 역행렬을 구하여 역으로 해를 추정할 수도 있다. 그러나 매번 역행렬을 구하는 것은 계산 효율상 그다지 좋지 않은 방법에 해당된다. 해의 수렴을 가속시키기 위한 수단으로서 그림 1과 같은 비선형 Conjugate Gradient Method의 적용을 고려해 볼 수 있다.

k = 0
$f^{(k)} = f_0$
$d^{(k)} = -\nabla J[f^{(k)}]$
repeat
  Compute $\gamma^{(k)}$
  $f^{(k+1)} = d^{(k)} + \gamma^{(k)} f^{(k)}$
  Compute $\beta^{(k)}$
  $d^{(k+1)} = -\nabla J[f^{(k+1)}] + \beta^{(k)} d^{(k)}$
  k = k + 1
until Convergence
$\tilde{f} = f^{(k)}$

그림 2. 비선형 Conjugate Gradient Method 알고리즘

III. 결 론

위에서 논의된 바와 같이 역문제를 적용하면 관측된 데이터를 확보할 수 있는 상황의 문제일 경우에는 역으로 소스 추정 문제로 귀착시킬 수 있게 된다. 활용 가능한 분야로서 지중에 매설된 하수관의 위치 또는 통신 선로의 위치 추정 문제, 매설된 물체의 매질 특성에 의한 재료 추정 문제, 전자계에서의 역산란 문제 등을 예로 들 수 있다.

참고문헌

[1] Musha Toshimitu and Okamoto Yosio, Inverse problem and its solving method (Japanese ed.), Ohm Press.
[2] Hasegawa Satomi et al., Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods(Japanese ed.), Asakura Press.
[3] Fatih Yaman et al., "A survey on inverse problems for applied sciences", Mathematical problems in engineering, Vol. 2013, pp. 1-19, 2013.
[4] Matthew N. O. Sadiku, Numerical techniques in electromagnetics (2nd ed.), CRC Press.
[5] K. S. Kunz and R. J. Luebbers, The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, CRC Press.
[6] Allen Taflove, Susan C. Hagness, Computational Electromagnetics, Artech House(2000).