효율적인 GRM 상수 생성에 관한 연구

박춘명[*]

[*]한국교통대학교

A Study on the Efficient GRM Constant Generation

Chun-Myoung Park[*]

[*]Korea National University of Transportation

E-mail : cmpark@ut.ac.kr

요 약

본 논문에서는 카르노 맵상에서 생성된 Cell [fi]을 이용하여 GRM 상수를 생성하는 방법에 대해 논의하였다. Cell을 이용한 방법은 GRM 상수를 구하는 일반적인 방법과는 다르게 카르노 맵상에서 임의의 Cell들을 선택하여 그 Cell들을 단일변수 변환행렬과 연산해서 다시 카르노 맵으로 mapping하는 방법이다. 또한 이 방법을 극수의 순환성에 적용하여 새로운 GRM 상수 생성 방법에 대해 논의하였다.

ABSTRACT

This paper present a method of GRM constant generation using cell [fi] which is generated over karnaugh map. The proposed method is as following. First od all, we select the arbitrary cell over karnaugh map. Next we arithmetic operate the selected cell with single variable transformation matrix, and mapping into karnaugh map its result. Although we discuss the new GRM generation method applied to polarity circulation.

키워드

GRM, Karaugh map. transformation, cell

Ⅰ. 서 론

최근의 초고도화 정보화 시대에는 그 이전에 비해 방대하고 다양한 정보를 취합하여 분석하고 이를 종합하여 새로운 정보를 생성하는 새로운 형태의 정보화 시대가 요구되고 있다.[1-3] 본 논문에서는 카르노 맵상에서 생성된 Cell [f_i]을 이용하여 GRM 상수를 생성하는 방법에 대해 논의하였디. 이 Cell을 이용한 방법은 GRM 상수를 구하는 일반적인 방법[4]과는 다르게 카르노 맵상에서 임의의 Cell들을 선택하여 그 Cell들을 단일 변수 변환행렬과 연산해서 다시 카르노 맵으로 mapping하는 방법이다. 또한 이 방법을 극수의 순환성에 적용하여 새로운 GRM 상수 생성 방법에 대해 논의하였다.

Ⅱ. 단위 연산 Cell [fi] 생성

본 장에서는 카르노 맵상의 Cell [f_i]를 정의하고, 이를 이용하여 서로 다른 2^n개의 극수를 갖는 GRM 상수를 생성하는 새로운 방법에 대해 논의하였다. GRM 함수 생성을 위한 단위연산 Cell [f_i]를 정의하고 이를 생성하기 위한 방법에 대해 논의한다. 이론의 전개를 위해 3변수 함수를 예로 전개하지만 n변수 함수에 대해서도 같은 방법으로 확장이 가능하다. 일반적으로 3변수 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f(x_3,x_2,x_1) = d_0 \oplus d_1x_1 \oplus d_2x_2 \oplus d_3x_2x_1 \oplus d_4x_3 \oplus d_5x_3x_1 \oplus d_6x_3x_2 \oplus d_7x_3x_2x_1 \quad (1)$$

카르노 맵의 축약 방법 중 변수에 대한 축약 방법을 보면, 3변수 함수인 경우에 축약 방법은

변수 x3, x2, x1 각각에 대한 3가지 축약 방법으로 구분되며 이를 구하기 위해 식(1)을 식(2)와 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} f(x_3,x_2,x_1) &= d_0 \oplus d_1x_1 \oplus d_2x_2 \oplus d_3x_2x_{1\oplus d_4}x_3 \\ &\quad \oplus d_5x_3x_1 \oplus d_6x_3x_2 \oplus d_7x_3x_2x_1 \\ &= d_0x_3x_2x_1 \oplus d_1x_3x_2x_1 \oplus d_2x_3x_2x_1 \\ &\quad \oplus d_3x_3x_2x_1 \oplus d_4x_3x_2x_1 \oplus d_5x_3x_2x_1 \\ &\quad \oplus d_6x_3x_2x_1 \oplus d_7x_3x_2x_1 \end{aligned} \tag{2}$$

① 변수 x_1에 대한축약

식(2)에서 변수 x_1에 대해 표현하면 식(3)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} f(x_3,x_2,x_1) &= \\ &(d_0\overline{x_1} \oplus d_1x_1)\overline{x_3}\,\overline{x_2} \oplus (d_2\overline{x_1} \oplus d_3x_1)\overline{x_3}x_2 \\ &+ (d_4\overline{x_1} \oplus d_3x_1)x_3x_2 \oplus (d_6\overline{x_1} \oplus d_7x_1)x_3x_2 \\ &= f_0\overline{x_3}\,\overline{x_2} \oplus f_1x_3x_2 \oplus f_2x_3x_2 \oplus f_3x_3x_2 \end{aligned} \tag{3}$$

식(3)에서 f_i는 각각 다음과 같다.

$f_0 = d_0\overline{x_1} \oplus d_1x_1,\quad f_1 = d_2\overline{x_1} \oplus d_3x_1$

$f_2 = d_4\overline{x_1} \oplus d_5x_1,\quad f_3 = d_6\overline{x_1} \oplus d_7x_1$

② 변수 x_2에 대한 축약

같은 방법을 이용해 변수 x_2를 나머지 변수들에 대해 표현하면 식(4)와 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} f(x_3,x_2,x_1) &= \\ &(d_0\overline{x_2} \oplus d_2x_2)\overline{x_3}\,\overline{x_1} \oplus (d_1\overline{x_2} \oplus d_3x_2)\overline{x_3}x_1 \\ &\oplus (d_4\overline{x_2} \oplus d_6x_2)x_3x_1 \oplus (d_5\overline{x_2} \oplus d_7x_2)x_3x_1 \\ &= f_0\overline{x_3}\,\overline{x_1} \oplus f_1x_3x_1 \oplus f_2x_3x_1 \oplus f_3x_3x_1 \end{aligned} \tag{4}$$

$f_0 = d_0\overline{x_2} \oplus d_2x_2,\quad f_1 = d_1\overline{x_2} \oplus d_3x_2$

$f_2 = d_4\overline{x_2} \oplus d_6x_2,\quad f_3 = d_5\overline{x_2} \oplus d_7x_2$

③변수 x_3에 대한 축약

마찬가지로 같은 방법을 사용하여 변수 x_3에 대한 축약을 실행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(x_3,x_2,x_1) &= \\ &(d_0\overline{x_3} \oplus d_4x_3)\overline{x_2}\,\overline{x_1} \oplus (d_1\overline{x_3} \oplus d_5x_3)\overline{x_2}x_1 \\ &\oplus (d_2\overline{x_3} \oplus d_6x_3)x_2\overline{x_1} \oplus (d_3\overline{x_3} \oplus d_7x_3)x_2x_1 \\ &= f_0\overline{x_2}\,\overline{x_1} \oplus f_1\overline{x_2}x_1 \oplus f_2x_2\overline{x_1} \oplus f_3x_2x_1 \end{aligned} \tag{5}$$

$f_0 = d_0\overline{x_3} \oplus d_4x_3,\quad f_1 = d_1\overline{x_3} \oplus d_5x_3$

$f_2 = d_2\overline{x_3} \oplus d_6x_3,\quad f_3 = d_3\overline{x_3} \oplus d_7x_3$

III. 카르노 맵에서 구한 Cell [fi]를 이용한 GRM 상수 생성 알고리즘

Step 1 : 주어진 함수를 카르노 맵으로 표시한다.

Step 2 : 구하려는 극수에 해당하는 변수의 Cell [fi]를 구한다.

Step 3 : Cell [fi]를 단일변수 변환행렬 [Z]와 연산하여 Cell [f'i]를 구한다.

Step 4 : Cell [f'i]를 카르노 맵의 원래의 Cell에 대입한다.

Step 5 : 구하려는 극수에 해당하는 변수가 2개 이상이면 Step2~Step4를 반복한다.

Step 6 : 축약해야 될 변수가 더 이상 남지 않게 되면 Step4에서 얻어진 카르노 맵을 함수식으로 표현하고 알고리즘을 종료한다.

IV. 결 론

본 논문에서는 카르노 맵상에서 생성된 Cell [fi]을 이용하여 GRM 상수를 생성하는 방법에 대해 논의하였다. Cell을 이용한 방법은 GRM 상수를 구하는 일반적인 방법과는 다르게 카르노 맵 상에서 임의의 Cell들을 선택하여 그 Cell들을 단일변수 변환행렬과 연산해서 다시 카르노 맵으로 mapping하는 방법이다. 또한 이 방법을 극수의 순환성에 적용하여 새로운 GRM 상수 생성 방법에 대해 논의하였다.

참고문헌

[1] Xu, L., Almaini, A.E.A., Miller, J.F., McKenzie, L., “Reed-Muller universal logic module networks“, IEE Proc. Computers and Digital Techniques, Part E, Vol. 140, No. 2, pp.105-108, 2010.

[2] Wu., H., Perkowski, M.A., Zeng, X., Zhuang., N., “Generalized partially-mixed-polaty Reed-Muller expansion and its fast computation“, IEEE Trans. On Computers, vol. 45, No. 9, pp.1084-1088, 2012.

[3] Stankovic, R.S., Moraga, C., Astola, J.T., “Reed-Muller expressions in the Previous Decade“, Proc. 5th GRM Conference, pp., 2011.

[4] Sasao, T., “Easily testable realizations for generalized Reed-Muller expressions“, IEEE Transactions on Computers, Vol.46, No. 6, pp. 709-716, 2009.