

2-점 보간법 필터에서의 가중치 결정

하미령 *유훈

상명대학교 디지털미디어학과

*hunie@smu.ac.kr

Determining of Weighting Factor for Two-Point Interpolation Filters

Mi Ryeong Ha Hoon Yoo

Dept. Digital Media, Sangmyung University

요약

본 논문은 다양한 값의 가중치를 적용한 두 포인트 보간 필터를 제안한다. 기존 방법은 선형 보간 필터에 변형 함수와 가중치를 적용한 일반 선형 보간 공식을 이용해 영상의 화질을 향상시켰지만 제안된 보간법은 일반 선형 보간 공식에 가중치 값을 다양하게 적용하여 2 점 보간법에서 실질적인 가중치 결정을 제공한다. 실험 결과에서는 제안된 방법이 기존 보간법보다 더 우수한 성능을 보여주는 것을 알 수 있다.

1. 서론

보간법은 많은 분야에서 기초 기술로서 중요한 역할을 수행한다.[14] 이는 고대의 바빌론(babylon)에서 시작되었고 현대에 이르러 영상 보간은 리샘플링 또는 리사이징 기술을 요구하는 디지털 신호 (비디오, 이미지, 오디오)와 모뎀 신호에서 매우 활발한 연구가 진행되고 있다. 서로 다른 응용 분야마다 각기 다른 보간법이 필요하기 때문에 선형 보간 방법[13], 유한 고정 보간법 [1-3,9], 스플라인 보간법 [4-5] 등등 많은 기술들이 제안되었다. 이들 방법들은 화질의 개선 효과가 있지만 선형 보간 방법은 영상의 화질 개선이 뛰어나지 못하고, 유한 고정 보간, 스플라인 보간은 복잡도가 높아 낮은 복잡도를 요구하는 보간 응용 분야에서 사용하기 어려운 단점이 존재한다. 따라서 상대적으로 낮은 복잡도를 가지는 선형 보간법을 발전시키는 노력은 계속 되었다 [5-12]. 기존 연구에서는 가장 간단하고 많이 쓰이는 선형 보간법에 변형 함수 $M(x)$ 와 가중치 w 를 적용시켜 일반 선형 보간법(generalized linear interpolation)을 제안하였다. 일반 선형 보간법은 하드웨어 시스템에서 처리능력이 향상될 때 비용이 같이 높아지는 것을 저지하기 위해 짧은 커널을 쓴다. 여기서 커널에 변형 함수와 가중치를 적용하여 일반화된 선형 보간법을 만들고, 기존 선형 보간법과 비교했을 때 일반 선형 보간법의 영상 화질이 더 우수함을 확인하였다. 일반 선형 보간법은 네 개의 변형 함수와 그에 따른 고정된 가중치 값을 구해 커널에 적용을 하였다. 하지만 본 논문에서는 변형 함수는 그대로 이용하지만 가중치 값을 다양하게 적용하여 각 영상마다 최적의 가중치 값을 구해 실험하였다. 개선된 선형 보간법은 기존 방법에 비해 화질 면에서 더

좋은 성능을 보인다.

2. 기존 Two-point 보간법

이산 샘플 집단 $f(x_k)$ 에 대하여, 보간 과정에서 생성되는 연속 신호 함수 $f(x)$ 는 식(1)로 정의된다.

$$f(x) = \sum_k f(x_k) \beta(x - x_k) \quad (1)$$

여기서, $\beta(x)$ 는 보간 커널이다. 계산 비용을 줄이기 위해 커널의 길이를 2로 설정하고 이는 식(2)로 나타낼 수 있다.

$$\beta(x) = \begin{cases} \beta_R(x), & 0 \leq x \leq 1 \\ \beta_L(x), & -1 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

커널의 조건을 만족시키는 $\beta_R(x)$ 는 $\beta_R(x)=1-x$ 으로 간단히 정의할 수 있고 이는 선형보간법에 응용된다. 특히 하드웨어 시스템에서 단순하고 좋은 성능을 제공하는 선형 보간 커널이 많이 이용되고 있으며, 이러한 이유로 커널 $\beta_R(x)$ 가 식(3)과 같이 정의된다.

$$\beta_R(x) = 1 - x + wM(x) \quad (3)$$

여기서, 함수 $M(x)$ 는 변형 함수(modifying function)이고, w 는 가중치(weighting factor)이다.

보간 커널 $\beta_R(x)$ 에 변형 함수 $M(x)$ 와 가중치 w 를 적용하여 이를 변환한 후, 부호변환점(zero-crossing)과 점대칭 조건을 식(3)에 적용하면 변형 함수(modifying function) $M(x)$ 는 세 점 $(0,0)$, $(1/2,0)$, $(1,0)$ 을 지나게 되고, 점 $(1/2,0)$ 에서 점대칭을 이룬다. 이러한 성질들에 기반하여 네 개의 변형 함수 $\sin(2\pi x)/2\pi$, $x-0.5(1-\cos(\pi x))$, $x(1-2x)(1-x)$, x 범위가 $[0,1/2]$ 일 때 $\text{quad}(x)=x(1-2x)$, x 범위가 $[1/2,1]$ 일 때 $\text{quad}(x)=(1-2x)(1-x)$ 가 도입되었다. 변형 함수를 결정하기 위하여 커널의 길이가 2인 조건을 식(1)에 적용하면 식(4)을 얻을 수 있다.

$$f(x) = f(x_k)\beta_R(x - x_k) + f(x_{k+1})\beta_L(x - x_{k+1}), \text{for } x_k \leq x \leq x_{k+1} \quad (4)$$

여기서 $f(x_k)$ 의 샘플간격이 균일하다고 가정하고 보편성을 위해 $x(k+1)$ 과 $x(k)$ 사이의 길이를 1로 설정한다. 또한 여기서 길이 변수 $s=x-x(k)$ 를 식(4)에 적용하면 식(5)을 얻을 수 있다.

$$f(x) = f(x_k)\beta_R(s) + f(x_{k+1})\beta_L(s - 1), 0 \leq s \leq 1 \quad (5)$$

식(3)-(5)를 정리하면 식(6)을 도출할 수 있다.

$$f(x) = f(x_k)(1 - s + wM(s)) + f(x_{k+1})(s + wM(1-s)) \quad (6)$$

이 때, 함수 $M(s)$ 는 점 $(1/2,0)$ 에서 점대칭을 만족하기 때문에 $M(1-s)+M(s)=0$ 또는 $M(1-s)=-M(s)$ 을 이끌어낼 수 있다. 이를 참고해 식(6)을 변형하면 식(7)이 만들어진다.

$$f(x) = f(x_k)(1 - s_M) + f(x_{k+1})(s_M) \quad (7)$$

여기서, $s_M=s-wM(s)$ 이다. 식(7)은 거리 변수 s 를 적용한 것을 제외하면 선형 보간 공식과 같다는 것을 알 수 있다.

가중치 w 는 변형의 크기(strength of modification)를 조절할 수 있는 변수가 되어야 한다. 변수 w 를 결정하기 위해 커널에 C1-연속성을 적용한다. 연속성을 통제하면 커널이 부드러워지며 상당히 좋아진 영상 화질을 얻을 수 있다. 커널 $\beta(x)$ 는 점 $x=0$ 에서 C1-연속성을 가지며, w 에 관하여 다시 정리하면 식(8)을 도출해낼 수 있다.

$$w = \frac{1}{M'(0)} \quad (8)$$

네 개의 변형 함수와 그에 따른 가중치 w 를 식(8)에 따라 계산한 것은 표1과 같다.

표1. 변형 함수 $M(x)$ 와 그에 따른 가중치 w

	$M(x)$	w
Linear	0	0
Cosine	$x-0.5(1-\cos(\pi x))$	1
Quad	$\text{quad}(x)=x(1-2x), 0 < x < 1/2$ $\text{quad}(x)=(1-2x)(1-x), 1/2 < x < 1$	1
Cubic	$x(1-2x)(1-x)$	1
Sin	$\sin(2\pi x)/2\pi$	1

3. 제안하는 방법

본 논문에서는 일반 선형 보간 필터에 가중치 w 값을 다양하게 적용함으로써 보간 성능 향상을 위한 최적의 가중치 값을 가지는 보간 필터를 제안한다. 네 개의 변형 함수와 그에 따른 가중치를 적용하여 실험을 하는 방법 보다 변형 함수에 가중치를 0부터 10/8까지 1/8 간격으로 나누어 적용하면 기존 선형 보간 영상보다 더 좋은 화질의 보간 영상을 얻을 수 있는데 이를 측정하는 방법은 영상의 PSNR값을 비교하는 것이다. PSNR (Peak Signal to Noise Ratio)은 최대 신호 대 잡음 비로 신호가 가질 수 있는 최대 전력에 대한 잡음의 전력을 뜻한다. 영상을 보간할 때 화질 손실 정보를 평가할 때 사용하게 되는데 손실이 적을수록 높은 값을 가진다. 가중치 값마다 영상의 비교 PSNR 값이 다르게 되는데, 가중치가 0일 때는 변형 함수와 가중치를 적용하지 않은 두 포인트 선형 보간법과 결과가 같음을 알 수 있다. 이렇게 가중치를 좀 더 세분화 하여 나누는 이유는 가중치가 영상의 화질에 미치는 영향을 자세히 확인 할 수 있고 서로 다른 응용 프로그램에 서로 다른 보간법이 필요함에 따라 가중치를 1로 통일하는 것 보다 각각에 알맞은 가중치를 적용하여 더 좋은 영상을 얻을 수 있기 때문이다. 영상의 파워 스펙트럼은 영상 데이터를 가로와 세로 각각에 대해 한 줄씩 제공하여 평균을 낸 데이터로 수학적 정의는 식(7)과 같다

$$S f(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|F(w)|^2]}{2T} \quad (7)$$

여기서 $F(w)$ 는 대상 신호 $f(t)$ 의 푸리에 변환, $E[]$ 는 평균 연산자, τ 는 영상에 기반 한 매개변수이다.

그림 2는 선형 보간 커널과 일반 선형 보간 커널을 그래프로 나타내고 일반 선형 보간 커널의 스펙트럼을 일정 부분 확대한 것이다.

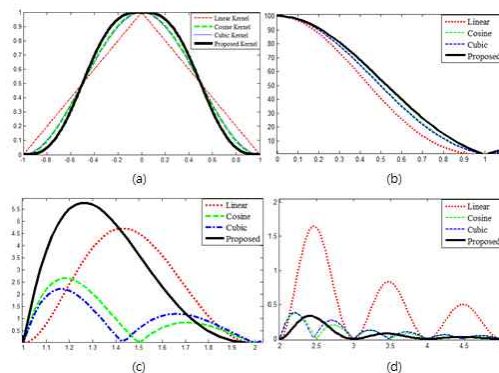


그림 2. (a)선형 보간 커널과 일반 선형 보간 커널 (b),(c),(d)네 가지 변형 함수를 적용한 일반 선형 보간 커널의 파워 스펙트럼(확대)

참고문헌

Fig.2 (a)linear interpolation kernel and generalized linear interpolation kernel spectrum(zoom in), (b),(c),(d) adding 4 modifying function to the generalized linear interpolation kernel spectrum(zoom in)

4. 실험 및 결과

제안된 보간법의 성능을 측정하기 위하여 영상을 축소한 후 확대하는 영상 스케일링 실험을 하였다. 즉 테스트 영상을 $1/\sqrt{2}$ 로 축소한 후 축소한 이미지를 $\sqrt{2}$ 로 확대한다. 표2는 스케일링 한 영상에 제안한 방법대로 가중치 w 를 다양하게 적용하여 원본 영상과 결과 영상을 비교한 PSNR 결과를 정리한 것이다.

표2. 가중치 w 와 변형 함수 $M(x)$ 를 적용한 PSNR 결과

w	Linear	Cosine	Quad	Cubic	Sin
0	28.2376	28.2376	28.2376	28.2376	28.2376
1/8	28.2376	28.3279	28.3441	28.3205	28.3676
2/8	28.2376	28.4116	28.4434	28.3979	28.4866
3/8	28.2376	28.4917	28.5346	28.4726	28.5916
4/8	28.2376	28.5641	28.6178	28.5409	28.6830
5/8	28.2376	28.6316	28.6897	28.6044	28.7587
6/8	28.2376	28.6920	28.7507	28.6621	28.8139
7/8	28.2376	28.7444	28.7996	28.7136	28.8493
1	28.2376	28.7890	28.8342	28.7603	28.8629
9/8	28.2376	28.8243	28.8564	28.7987	28.8525
10/8	28.2376	28.8517	28.8612	28.8289	28.8173

이 때, Linear 함수는 선형 보간 커널을 적용한 것으로 가중치에 변화를 주어도 PSNR 값이 변경되지 않음을 보인다. Cosine, Quad, Cubic 함수에서는 가중치가 클수록 PSNR 값이 높아지고 Quad 함수가 이 중에서 가장 좋은 결과를 보여준다. Sin 함수에서는 가중치가 1일 때 가장 좋은 화질을 얻을 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 두 포인트 보간 필터에 다양한 가중치 w 와 네 개의 변형 함수를 적용하여 보간 필터를 설계하였다. 선형 보간 공식을 적용한 영상과 변형함수와 가중치를 적절히 활용하여 적용한 영상을 비교하였을 때, 후자의 경우가 더 좋은 화질의 영상을 얻을 수 있다는 것을 실험 결과로 확인하였다. 이를 이용해 각각의 응용 프로그램에 알맞은 변형 함수와 가중치 w 를 적용하면 더 좋은 화질의 보간 영상을 얻을 수 있을 것이다.

- [1] R. G. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., vol. 29, pp. 1153 - 1160, Dec. 1981.
- [2] E. Maeland, "On the comparison of interpolation methods," IEEE Trans. Medical Imaging, vol. 7, pp. 213 - 217, Sep. 1988.
- [3] T. M. Lehmann, C. Gönner, and K. Spitzer, "Survey: interpolation methods in medical image processing," IEEE Trans. Medical Imaging, vol. 18, pp. 1049 - 1075, Nov. 1999.
- [4] M. Unser, "Splines: A perfect fit for signal and image processing," IEEE Signal Process. Mag., vol. 16, pp. 22 - 38, Nov. 1999.
- [5] T. Blu, P. Thevenaz, and M. Unser, "Linear interpolation revitalized," IEEE Trans. Image Processing, vol. 13, no. 5, pp. 710-719, May 2004.
- [6] X. Li and M. Orchard, "New edge-directed interpolation," IEEE Trans. Image Process., vol. 10, no. 10, pp. 1521-1527, Oct. 2001.
- [7] J. K. Han and S. U. Baek, "Parametric cubic convolution scaler for enlargement and reduction of image," IEEE Trans. Consumer Electron., vol. 46, no. 2, pp. 247 - 256, May. 2000.
- [8] H. Yoo, "Closed-form least-squares technique for adaptive linear image interpolation," IET Electron. Lett., vol. 43, pp. 210-212, Feb. 2007.
- [9] D. Fu and A. N. Wilson Jr., "Trigonometric polynomial interpolation for timing recovery," IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Regular Papers, vol. 52, pp. 338-349, Feb. 2005.
- [10] B. D. Choi and H. Yoo, "Design of Piecewise Weighted Linear Interpolation Based on Even-Odd Decomposition and Its Application to Image Resizing," IEEE Trans. Consumer Electron., vol. 55, no. 4, pp. 2280 - 2286, Nov. 2009.
- [11] C. Hughes, P. Denny, M. Glavin, and E. Jones, "Equidistant Fish-Eye Calibration and Rectification by Vanishing Point Extraction," IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intel., vol. 32, no.12, pp. 2289 - 2296, Dec. 2010.
- [12] M. Tomasi, M. Vanegas, F. Barranco, J. Diaz, and E. Ros, "Real-Time Architecture for a Robust Multi-Scale Stereo Engine on fpga," IEEE Trans. VLSI Syst., vol. 20, no.12, pp. 2208 - 2219, Dec. 2012.
- [13] H. Yoo, S. P. Lee and B. C. Jang, "Design of two-point interpolation filters by modifying linear interpolation kernel," Far East Journal of Electronics and Communications.. vol. 10, no.2, pp. 131 - 139, 2013.