

내부 점성유체에 영향 받는 원통의 회전전단 진동 응답

Rotary-Shear Vibration Response of a Cylinder Affected by a Viscous Fluid

박춘광* · 김진오†

Chunguang Piao, Jin Oh Kim

1. 서 론

파이프에서 전파하는 탄성파와 인접 유체와의 상호작용을 파악하는 연구가 진행되고 있다^(1,2). 이는 원통형 파이프에 담긴 유체의 유속이나 점도를 측정하기 위한 것으로서, 유체의 영향으로 인한 파동 전파속도 변화 또는 감쇠를 다룬다.

유체가 담긴 탄성 파이프에 비틀파가 전파할 때 파이프의 일부인 원통의 회전전단 진동과 내부 점성 유체의 상호작용을 연구한 바 있다⁽³⁾. 탄성 원통이 점성유체의 영향을 받는 상황에서 이론적 해석으로 고유진동 특성을 구하고, 유한요소해석으로 결과를 비교하면서 진동 패턴을 가시화 한 것이다.

본 논문은 비틀파의 전파 또는 트랜스듀서에 의해서 회전전단 진동이 가해질 때 원통의 진동응답을 이론적으로 다룬다. 원통의 두께가 작지 않아서 전단(shear)변형이 있다고 전제한다.

2. 문제의 정식화

유체가 담겨있는 원통의 구조는 Fig. 1에 보인 바와 같다. 원통의 전단탄성계수는 G , 밀도는 ρ_s 이고, 점성유체의 점도는 μ , 밀도는 ρ_f 이다. 원통에서 원주방향 진동변위 \tilde{u}_θ 와 점성유체에서 원주방향 진동속도 \tilde{v}_θ 는 각각 다음 운동방정식을 만족한다^(4,5).

$$\rho_s \frac{\partial^2 \tilde{u}_\theta}{\partial \tilde{t}^2} = G \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}_\theta}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}_\theta}{\partial \tilde{r}} - \frac{\tilde{u}_\theta}{\tilde{r}^2} \right) \quad \tilde{r}_i \leq \tilde{r} \leq \tilde{r}_o \quad (1)$$

$$\rho_f \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \tilde{t}} = \mu \left(\frac{\partial^2 \tilde{v}_\theta}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \tilde{r}} - \frac{\tilde{v}_\theta}{\tilde{r}^2} \right) \quad 0 \leq \tilde{r} \leq \tilde{r}_i \quad (2)$$

식 (1)~(2)의 모든 물리량들을 무차원화 한다. 이때 길이 기준은 \tilde{r}_i , 속도 기준은 $c_0 [= (G/\rho_s)^{1/2}]$, 시간 기준은 \tilde{r}_i/c_0 이다. 이에 따른 무차원 변수는 $r (= \tilde{r}/\tilde{r}_i)$, $t (= \tilde{t}c_0/\tilde{r}_i)$ 이며 $\rho = \rho_f/\rho_s$, $R = \rho_f \tilde{r}_i c_0 / \mu$ 이다. 변수 R 은 Reynolds수와 같은 형태로서 점도 μ 의 역수에 비례한다. 무차원화 된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2}, \quad 1 \leq r \leq r_o \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \right), \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (4)$$

원통이 비어있을 때에는 식 (4)가 불필요하다.

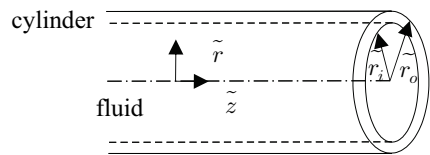


Fig 1 Schematic diagram of an elastic cylinder with viscous fluid

3. 조화가진 응답

원통의 바깥 원주면($r=r_o$)에 가해지는 회전전단 가진과, 안쪽 경계면($r=1$)에서 고체와 유체 간의 전단응력과 진동속도 연속성 등으로 경계조건은 다음과 같이 설정된다.

† 정희원, 숭실대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : jokim@ssu.ac.kr

Tel : 02-820-0662, Fax : 02-820-0668

* 정희원, 숭실대학교 대학원 기계공학과

$$r=r_o \text{에서} \quad \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} = S_\theta \quad (5)$$

$$r=1 \text{에서} \quad \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} = \frac{\rho}{R} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right) \quad (6)$$

$$r=1 \text{에서} \quad v_\theta = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \quad (7)$$

$$r=0 \text{에서} \quad v_\theta \rightarrow 0 \quad (8)$$

운동방정식 (3)~(4)와 경계조건 (5)~(8)을 만족하는 해를 구하면 다음과 같다.

$$u_\theta(r,t) = U(r)e^{j\omega t} \quad (9)$$

$$U(r) = \frac{S_\theta}{\omega D(r_o)} [J_2(\omega) Y_1(\omega r) - Y_2(\omega) J_1(\omega r)] \\ + j \frac{\rho}{R} \frac{A_f I_2(A_f)}{I_1(A_f)} [J_1(\omega) Y_1(\omega r) - Y_1(\omega) J_1(\omega r)]$$

$$v_\theta(r,t) = V(r)e^{j\omega t} \quad (10)$$

$$V(r) = j \frac{S_\theta}{D(r_o)} \frac{I_1(A_f r)}{I_1(A_f)} [J_2(\omega) Y_1(\omega r) - Y_2(\omega) J_1(\omega r)]$$

$$D(r_o) = [J_2(\omega) Y_2(\omega r_o) - Y_2(\omega) J_2(\omega r_o)] \\ + j \frac{\rho}{R} \frac{A_f I_2(A_f)}{I_1(A_f)} [J_1(\omega) Y_2(\omega r_o) - Y_1(\omega) J_2(\omega r_o)]$$

원통이 비어있을 때는 해가 단순해진다.

진동 변위는 식 (9)에 의하여 구할 수 있다. $\rho=0.2$, $R=10,000$ 일 때 진동 변위 진폭의 분포를 Fig. 2와 같다. 조화가진 응답으로서 원통의 반경방향 위치에 따른 진동 변위 진폭의 분포를 알 수 있다.

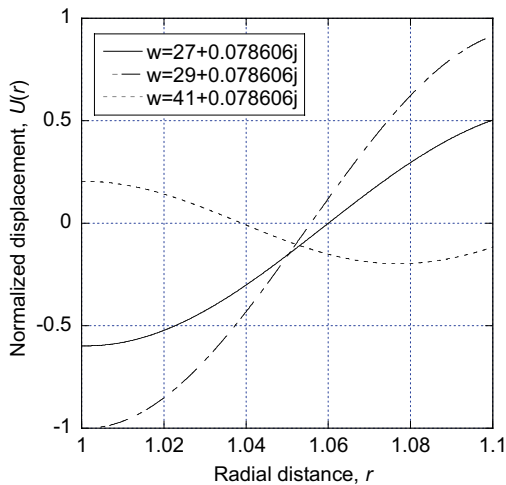


Fig 2 Distribution of displacement amplitude ($\rho = 0.2$, $R = 10000$)

4. 결 론

점성유체가 담겨있는 원통에 대한 회전전단 진동 해석을 하여, 강제진동일 때 외부 구동에 의한 진동 응답으로서 진동 변위 진폭의 분포를 구하였다. 이를 통하여 회전전단 진동이 가해질 때 내부 점성유체가 원통 주는 영향을 파악하였다.

후 기

본 연구는 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 "IT융합 고급인력과정 지원사업"의 지원으로 수행되었음 (NIPA-2012-H0401-12-1004).

참 고 문 헌

- (1) Kim, J. O., Rose, J. L., 2005, Thin-Shell Approach for Elastic Wave Propagation in a Pipe with Liquid, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 19, No. 5, pp. 1087~1094.
- (2) Piao, C., Kim, J. O., 2012, Interaction Between Torsional Waves Propagating in an Elastic Pipe and an Adjacent Viscous Fluid, Proceedings of the KSNVE Spring Conference, pp. 759~760.
- (3) Piao, C., Lee, H. J., Kim, J. O., 2012, Interaction Between Rotary-Shear Vibration of a Cylinder and an Interior Viscous Fluid, Proceedings of the KSNVE Fall Conference, pp. 649~650.
- (4) Achenbach, J. D., 1975, Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland Pub., Amsterdam.
- (5) Fox, R. W., Mcdonald, A. T., 1998, Introduction to Fluid Mechanics, 5th ed., John Wiley & sons, New York.