

# 레볼루트 조인트로 연결된 유연 다물체 동역학 모델링 연구

## Dynamic Modeling of Flexible Multibody System connected by Revolute Joint

양동호\* · 꺾문규†  
**Dong-Ho yang and Moon K. Kwak**

### 1. 서 론

유연구조물의 동역학을 다룸에 있어 일반적으로 강체운동과 탄성 진동은 개별적으로 해석되고 있다. 그러나 강체 운동이 진동을 일으키며 탄성진동은 강체 운동에 영향을 주게 되어 있어 이들은 자연적으로 서로 연성되어 있다고 봐야 한다. 유연체에 대한 연성 방정식은 준좌표계에 대해 표현된 라그랑지 방정식을 이용해 유도할 수 있다. 최종적으로 얻어지는 운동방정식은 상미분방정식과 편미분방정식이 연성된 잡종형태의 미분방정식으로 표현되며 비선형이다. 이 경우에 대해 섭동법을 적용해 영차의 강체운동 방정식과 일차의 강체-탄성 연성 운동방정식을 유도하는 방법이 제안되었다. 이 방정식을 사용하면 조종 및 진동제어기 설계가 비교적 쉬워진다.

선행 연구에서는 유연 일체 구조물에 대해 섭동법과 준좌표계, 라그랑지 방정식을 이용하는 방법을 연구하였다. 그 결과 수치계산이 용이한 이론 모델이 유도되었으며 수치 모사를 통해 모델의 타당성을 조사하였다. 본 연구에서는 선행 연구의 결과를 확장해 레볼루트 조인트로 연결된 유연 다물체 구조물의 모델링에 대해 논의하고자 한다. 이를 위해 부분구조물 합성법을 적용하고 기구학적인 적합조건을 유도해 유연 다물체 구조물의 모델링 방법을 유도하였다. 본 연구에서 유도한 유연다물체 구조물의 모델링 방법은 트리 구조를 가지는 유연 다물체 구조물로 확장 적용될 수 있으며 한 구조물에 여러 개의 유연구조물이 연결되는 경우에 대해서도 확장 가능하다.

### 2. 기구학적인 적합조건의 유도

Fig. 1 과 같이 유연일체 구조물이 레볼루트 조인트로 연결되어 있는 경우를 고려해보자. 각각의 유연체 구조물에 대한 운동방정식은 선행연구에서 유도한 운동방정식을 그대로 적용하면 된다. 각각의 운동방정식을 유도하기 위해서는 부분구조물  $q$  의 병진운동 및 각 운동에 대한 기구학적인 적합조건이 필요하다.

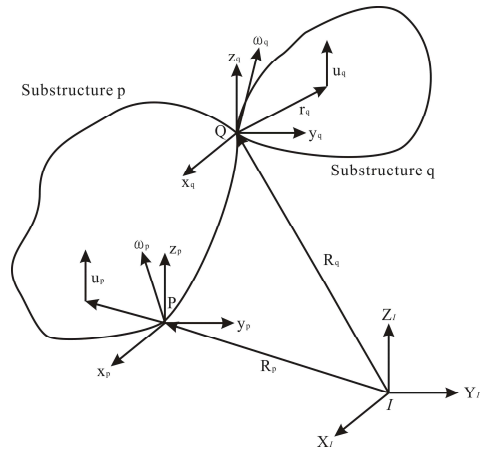


Fig. 1 Kinematical synthesis

영차의 기구학적인 적합조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_{q0} = \mathbf{R}_{p0} + \mathbf{C}_{p0}^T \mathbf{L}_{pq}, \quad \boldsymbol{\beta}_{q0} = \mathbf{R}(\phi_q) \boldsymbol{\beta}_{p0} \quad (1a,b)$$

$$\mathbf{V}_{q0} = \mathbf{C}_{q0} \mathbf{C}_{p0}^T \left( \mathbf{V}_{p0} - \tilde{\mathbf{L}}_{pq} \boldsymbol{\omega}_{p0} \right) \quad (1c)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{q0} = \mathbf{C}_{q0} \mathbf{C}_{p0}^T \left( \boldsymbol{\omega}_{p0} + \mathbf{r}_{qp0} \dot{\phi}_q \right) \quad (1d)$$

영차의 운동방정식에 위에서 구한 기구학적인 적합조건식을 적용하면 영차의 연성운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

† 교신저자; 동국대학교 기계로봇에너지공학과  
 E-mail : kwakm@dgu.edu

Tel : (02) 2260 - 3705

\* 동국대학교 기계공학과

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{p0} = & (\mathbf{T}_0^T \hat{\mathbf{M}}_{u0} \mathbf{T}_0)^{-1} \mathbf{T}_0^T [ -(\hat{\mathbf{G}}_{u0} \mathbf{T}_0 + \hat{\mathbf{M}}_{u0} \dot{\mathbf{T}}_0) \hat{\mathbf{x}}_{p0} \\ & - (\hat{\mathbf{G}}_{u0} \mathbf{E}_0 + \dot{\mathbf{E}}_0) + \mathbf{F}_{u0} ] \end{aligned} \quad (2)$$

일차의 기구학적인 적합조건식은 좀 더 복잡한 형태로 유도된다. 기구학적인 적합조건식을 적용하면 일차의 연성운동방정식이 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 = & (\mathbf{T}_1^T \bar{\mathbf{M}}_{u0} \mathbf{T}_1)^{-1} \mathbf{T}_1^T [ -\bar{\mathbf{M}}_{u0} (\dot{\mathbf{T}}_1 \mathbf{x}_1 + \dot{\mathbf{E}}_1) \\ & - \bar{\mathbf{G}}_{u0} \mathbf{x}_{u1} + \bar{\mathbf{K}}_{u1} \mathbf{y}_{u1} + \mathbf{F}_{u1} ] \end{aligned} \quad (3)$$

### 3. 수치 계산

다음 그림은 본 연구에서 유도한 동적 모델링의 타당성 입증에 위해 고려된 수치 모델이다. 허브에 외팔보가 부착되어 있으며, 그 끝단에는 레볼루트 조인트의 형태로 외팔보가 연결되어 있다. 레볼루트 조인트의 각도는 서보모터에 의해 제어되어 각도가 유지되는 것으로 가정하였다.

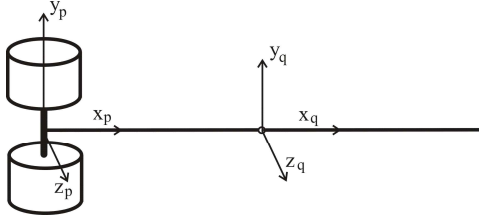


Fig. 2. Numerical model

부분구조물 p 에는 Bang-Bang 모멘트가 적용되고, 동시에 레볼루트 조인트의 각도가 90 도 각도로 회전하는 것으로 가정하였다. 이와 같이 2 개의 구조물이 서로 연결되어 움직이는 경우에 대해 수치모사를 수행하였다. 수치 계산 결과의 일부가 Fig. 3 부터 5 까지 보여지고 있다. Fig. 3 는 부분구조물 p 의 병진 변위값을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 탄성진동의 영향이 나타남을 알 수 있다.

Fig. 4 와 5 는 부분구조물 p 와 q 의 탄성진동을 나타내는 일반좌표계를 보여준다. 허브와 조인트 부분에 모멘트가 적용되면 필연적으로 진동이 발생함을 알 수 있는데, 본 연구를 통해 얻어진 결과는 이런 탄성 진동이 강제 운동과 연성됨을 보여준다.

### 결 론

본 연구에서는 레볼루트 조인트로 연결된 유연다물체 구조물의 동적 모델링 방법을

유도하였다. 유도된 동적 모델의 타당성을 입증하기 위해 허브와 유연보로 이루어진 수치 모델을 고려해 수치 모사를 수행하였다. 수치 계산 결과는 유도된 운동방정식이 유연 다물체 구조물의 동적 모델로 적합함을 보여준다. 이런 동적 모델은 우주 공간상에서 움직이는 유연 다물체 구조물에 적용될 수 있으며, 유연한 로봇 매니플레이터에도 적용이 가능하다.

### 후 기

본 연구는 한국 연구재단의 "유연 다물체 지능 구조물의 동적 모델링 및 능동진동제어" 과제로 수행되었습니다.

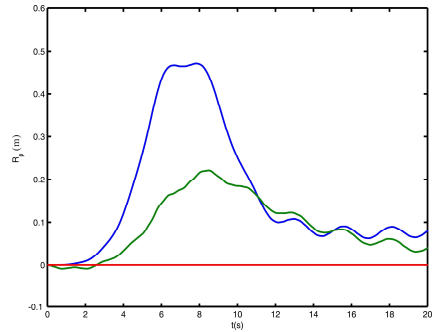


Fig 3. Translations of substructure p

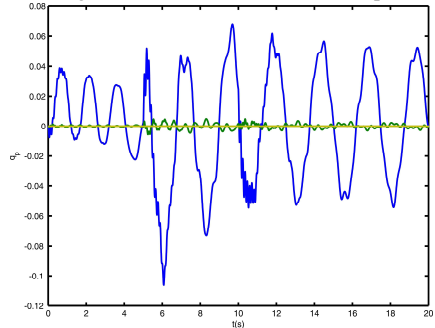


Fig. 4. Generalized displacements of substructure p

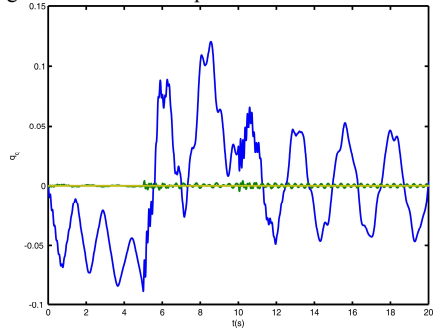


Fig. 5. Generalized displacements of substructure q