

엘리베이터 로프의 횡진동 문제 기초해석

A study on Lateral Vibration of Elevator Rope

양동호* · 객문규†

Dong-Ho yang and Moon K. Kwak

1. 서 론

엘리베이터를 다루고 있는 엔지니어는 여러 형태의 진동 문제에 직면하게 된다. 엘리베이터 진동은 다양한 원인으로부터 발생하는데, 가이드레일(Guide Rail)의 정렬 오류, 풀리(Pulley)와 시브(Sheave)의 편심, 전자 제어 시스템의 공진, 기어와 모터가 유발한 진동, 엘리베이터 로프의 진동 등을 원인으로 들 수 있다. 특히, 엘리베이터 로프의 진동으로 인해 승차감이 저하되는 것이 보고되었는데, 엘리베이터 주행 중 특정 위치, 대부분 상층부에서 급격한 진동이 일어난다고 알려져 있다. 사실상 엘리베이터 로프의 진동은 로프 자체의 구조적인 변경이 어려워 저감시키기가 매우 어려운 문제이다. 로프 자체가 매우 유연한 구조물이고, 내부 감쇠 또한 매우 작기 때문에 엘리베이터 로프의 진동이 쉽게 발생할 수 있고 오래 지속되기 때문이다. 엘리베이터 로프의 진동은 주 로프(Main Rope)나 보상 로프(Compensation Rope)의 진동으로 구분할 수 있다. 최근에는 건물이 초고층화되면서 지진이나 바람에 의해 유발되는 건물의 진동과 엘리베이터 로프의 공진 가능성이 커지고 있다. 건물이 높아지면 엘리베이터 로프의 길이가 길어지게 되고 엘리베이터 로프의 기본진동수는 낮아지게 된다. 이 경우 지진이나 바람에 의해 빌딩의 저차 고유진동수 모드가 가진 되고 다시 건물의 진동이 로프에 전달되어 로프에 과도한 진동이 일어날 수 있다. 로프의 과도한 진동으로 인해 승강구 장비들과 충돌하게 되어 손상을 입힐 수 있다. 본 연구에서는 먼저 고정된 길이의 엘리베이터 로프에 대한 모델링

방법과 수치계산을 통해 얻어진 결과를 토대로 엘리베이터 로프의 기초적인 해석을 시도하였다.

2. 엘리베이터 로프의 동적 모델링

Fig. 1 과 같이 케이지와 로프로 이루어진 시스템을 고려해 보자. 여기서 엘리베이터 케이지의 진동은 없으며, 오직 로프에 중력방향의 장력을 유발시키는 강체로 가정한다. 케이지의 질량은 m_c , 로프의 질량 밀도와 길이는 각각 ρ, L 이다. 횡방향 변위는 $w(x,t)$ 로 표시하였다

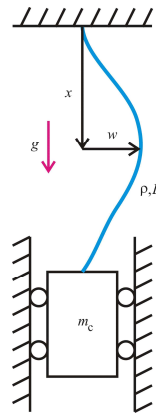


Fig. 1 Elevator rope model

이 시스템의 운동에너지와 위치에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho \dot{w}^2 dx \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L [m_c + \rho(L-x)] g \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2)$$

해밀턴 원리를 적용하면 편미분 방정식이 유도되고 Bessel 방정식 형태의 엄밀해가 유도된다. 그러나 본 연구에서는 Rayleigh-Ritz 방법을 도입해 이 문제를 풀고자 한다. Rayleigh-Ritz 방법의 적용을

† 교신저자; 동국대학교 기계로봇에너지공학과

E-mail : kwakm@dgu.edu

Tel : (02) 2260 - 3705

* 동국대학교 기계공학과

위해 로프의 횡변위를 다음과 같이 표현해보자.

$$w(x,t) = \Phi(x)q(t) \quad (3)$$

Rayleigh-Ritz 방법을 적용하면 다음과 같은 운동 방정식이 유도된다.

$$\rho L M_r \ddot{q} + \left[\frac{m_c g}{L} \mathbf{K}_r + \rho g (\mathbf{K}_r - \mathbf{G}_r) \right] q = 0 \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_r &= \int_0^1 \Phi^T \Phi d\xi, \mathbf{K}_r = \int_0^1 \Phi'^T \Phi' d\xi, \\ \mathbf{G}_r &= \int_0^1 \xi \Phi'^T \Phi' d\xi \end{aligned} \quad (5)$$

이고 무차원 변수, $\xi = x/L$ 을 도입하였다. 케이지의 질량과 로프의 질량비, $\mu = m_c / \rho L$ 과 무차원 변수, $\lambda = L\omega^2 / g$, $\mathbf{q} = \mathbf{a}e^{i\omega t}$ 를 도입하면 고유치 문제가 다음과 같이 표현된다.

$$\{[(\mu+1)\mathbf{K}_r - \mathbf{G}_r] - \lambda \mathbf{M}_r\} \mathbf{a} = 0 \quad (6)$$

3. 수치 계산

식(7)로 주어진 엘리베이터 로프의 자유진동 문제를 해석하기 위해서는 허용함수가 필요한데 본 연구에서는 중력을 무시한 양단 고정 스트링의 고유진동모드를 사용하였다. Bessel 함수 형태의 허용함수를 고려할 수 있지만 이 경우 식 (6)으로 주어진 적분을 수행하는데 있어 과정이 복잡해질 수 있다.

먼저 케이지의 질량이 고유진동특성에 미치는 영향을 조사하기 위해 μ 의 영향을 조사하였다. Fig. 2 는 $\mu=0.1$ 인 경우의 고유진동모드를 보여주고 있으며, Fig. 3 는 $\mu=1$ 인 경우의 고유진동모드를 보여주고 있다. 케이지의 질량이 작은 경우에는 중력의 영향이 커져 로프의 진동 모드가 약간 아래로 처진 형태로 나타남을 알 수 있다. 케이지의 질량이 커지는 경우에는 로프의 탄성이 커지기 때문에 중력을 무시해도 되는 사인파 형태의 고유진동모드를 가지게 된다. 낮은 건물에서는 케이지의 질량이 로프의 질량보다 크기 때문에 중력을 무시한 간략식을 사용해도 되나 초고층 건물에서는 로프의 길이가 길어지면서 로프의 질량도 커지기 때문에 Fig. 2 와 같은 형태의 고유진동모드가 나타날 가능성이 크다. 특히, 보상 로프의 아래 단에는 비교적 작은 질량의 보상 시브가 달려 있기 때문에 Fig. 2 와 같은 고유

진동 모드를 가지게 될 가능성이 매우 크다.

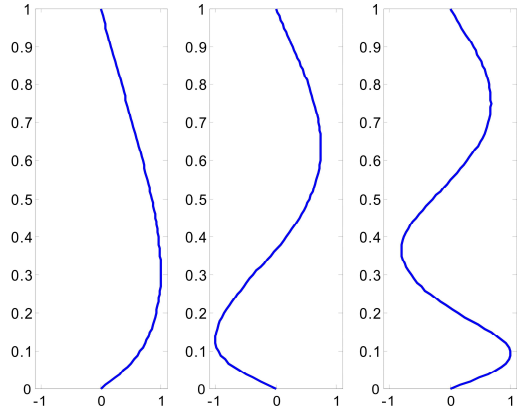


Fig. 2. Natural mode shapes ($\mu = 0.1$)

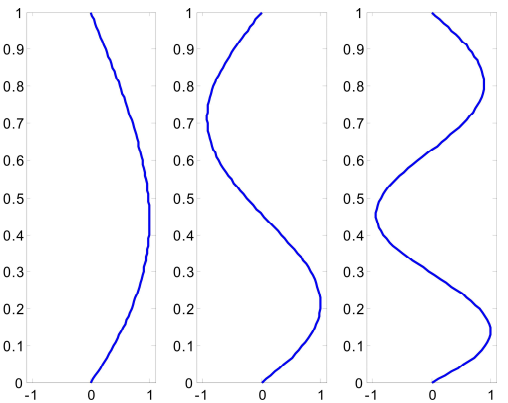


Fig. 3. Natural mode shapes ($\mu = 1$)

결론

본 연구에서는 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 길이가 고정인 엘리베이터 로프의 동적 모델을 유도하고 수치계산을 통해 고유진동 특성을 조사하였다. 수치계산 결과에서 알 수 있듯이 길이가 긴 엘리베이터 로프의 경우 건물의 진동과 공진 가능성이 커질 수 있다. 또한 로프의 끝단에 매달린 질량이 작을 경우 중력의 영향이 나타나며 고유진동수 또한 낮아지게 된다. 주 로프 보다는 보상 로프의 공진 가능성이 큰 것으로 판단된다.

후기

본 연구는 (주)현대엘리베이터에서 지원한 과제로 수행되었습니다.