한국소음진동공학회 2013년 춘계학술대회논문집, pp. 502~503

집중질량이 고려된 회전하는 블레이드 시스템의 진동해석
Vibration Analysis of a Rotating Blade System considering a concentrated mass

권승민* · 유홍희†
Seungmin Kwon, Hong Hee Yoo

1. 서 론

풍력 발전기, 터빈 블레이드, 헬리콥터의 회전익 등 회전하는 보 형태의 구조물은 오늘날 가장 광범위하게 사용되고 있는 시스템 중 하나이다. 이러한 시스템은 회전력에 의해 시스템의 진동 특성이 변하게 되므로 회전속도에 따른 시스템의 진동 특성을 제대로 예측할 수 있는 해석방법이 요구된다. 이러한 회전하는 구조물들에 집중질량이 존재하는 경우가 있다. 회전력뿐 아니라 집중질량이 시스템에 추가되는 경우 시스템의 진동특성이 현격히 변화하기 때문에 이러한 변수들이 시스템의 진동특성에 어떠한 영향을 미치는지 알아보아야 한다. 회전하는 블레이드의 진동특성 연구는 Southwell 에 의해 1920 년대에 처음 시작되었다. Southwell 은 Rayleigh energy 평형이론에 근거하여 회전속도에 따른 블레이드의 고유진동수 변화를 계산할 수 있는 모델을 개발하였다[(1)]. 그 후 Schilhansl[(2)]은 회전하는 블레이드의 굽힘 진동 방정식을 유도하였다. 1970 년대 들어서는 운동방정식을 고유치 문제로 변환하여 고유진동수를 계산하는 방법들이 연구되었다[(3-4)]. 이후 Kane[(7)]은 새로운 방법을 이용하여 회전하는 외팔 보의 운동방정식을 유도하였고, Yoo 는 복합변형변수 방법을 제시하여 Kane 이 제시한 방법을 더욱 간명하게 발전시켰다[(8)]. 최근 들어 복합변형변수 방법을 이용해 다양한 형상을 갖는 회전하는 외팔 보의 진동 특성에 관한 연구가 이루어져 왔다. 본 연구에서는 회전하는 외팔 보의 집중질량이 존재하는 경우 집중질량이 시스템의 진동특성에 어떠한 영향을 미치는지에 대하여 알아보았다.

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : hhyoo57@gmail.com
Tel : 02-2220-0446, Fax : 02-2299-8169
* 한양대학교 대학원 기계공학과

2. 운동 방정식 유도

이 장에서는 집중질량이 고려된 회전하는 블레이드 시스템의 운동 방정식을 유도하도록 하겠다. Fig.1은 집중질량을 갖는 회전하는 블레이드 시스템의 형상을 나타낸다. 블레이드 위에 위치한 질점 P_0가 변형 후 P의 위치로 움직일 때, 그 변위를 $\mathbf{u}$라고 표현하고 $\mathbf{d}_1$, $\mathbf{d}_2$ 방향 변위들은 각각 s와 u_2로 표현한다. 가상모드방법을 이용하여 s와 u_2를 다음과 같이 근사화한다.

$$s\ (x,t) = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \tag{1}$$

$$u_2(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \tag{2}$$

디스크의 각속도와 블레이드 고정 단의 속도는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\omega}^A = \Omega \mathbf{d}_3 \tag{3}$$

$$\mathbf{v} = r\Omega \mathbf{d}_2 \tag{4}$$

여기서, P 점의 속도 $\mathbf{v}^P$는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^P &= (\dot{u}_1 - \Omega u_2)\mathbf{d}_1 \\ &\quad + [\dot{u}_2 + \Omega(x + u_1 + r)]\mathbf{d}_2\end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)의 u_1은 근사화를 위해 s 와 u_2로 나타내고, 참고문헌[(8)]의 근사화된 관계식을 이용한다.

$$s = u_1 + \frac{1}{2}\int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma}\right)^2 d\sigma \tag{6}$$

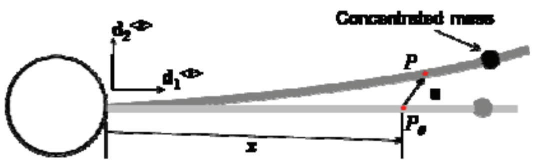

Fig. 1 Configuration of a blade having a concentrated mass

Kane 방법을 이용한 운동방정식의 형태는 다음과 같다.

$$\int_0^L \rho(x)\left(\frac{\partial \mathbf{v}^p}{\partial \dot{q}_i}\right)\cdot\frac{d\mathbf{v}^p}{dt}dx+\frac{\partial U}{\partial q_i}=0 \qquad (7)$$

여기서 L과 $\rho(x)$는 블레이드 길이와 단위길이당 질량을 의미한다. 위의 과정을 종합하여 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2}\left[\begin{array}{l} m_{ij}\ddot{q}_{2j}+ \\ \left\{k_{ij}^B+\Omega^2\left(k_{ij}^G-m_{ij}\right)\right\}q_{2j}^{<k>}\end{array}\right] \\ =0 \qquad (i=1,2,....,\mu) \qquad (8)$$

여기에 등장하는 행렬의 요소들은 다음과 같다.

$$m_{ij}=\int_0^L \rho\,\phi_i(x)\phi_j(x)dx \qquad (9)$$

$$k_{ij}^B=\int_0^L EI\,\phi_{2i}''(x)\phi_{2j}''(x)dx \qquad (10)$$

$$k_{ij}^G=\int_0^L \frac{\rho}{2}(2r+L+x)\left(L-x\right)\phi_{2i}''(x)\phi_{2j}''(x)dx \qquad (11)$$

블레이드 위의 임의의 위치에 집중질량을 고려하기 위하여 단위길이당 질량을 나타내는 ρ를 블레이드 위 임의의 지점 x=d에서 충격함수로 주어진다 가정한다면 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2}\hat{M}_{ij}\ddot{q}_{2j}+\sum_{j=1}^{\mu_2}\{\Omega^2(\hat{K}_{ij}^G-\hat{M}_{ij}) \\ +k_{ij}^B\}q_{2j}=0 \qquad (12)$$

$$\hat{M}_{ij}^{ab}=m_{ij}+m\phi_{2i}(d)\phi_{2j}(d) \qquad (13)$$

$$\hat{K}_{ij}^{GAa}=k_{ij}^G+m\int_0^d \phi_i'\phi_j'dx \qquad (15)$$

여기서 m은 집중질량의 크기를 나타내고 d는 블레이드의 고정 단으로부터 집중질량의 위치를 나타낸다.

3. 결 론

본 논문에서는 회전하는 블레이드 위의 임의의 위치에 임의의 질량을 갖는 시스템에 대해 운동 방정식을 유도하고 진동 해석을 수행하였다. 해석결과의 정확성은 참고문헌과 상용 유한요소 software인 ANSYS를 이용하여 비교하였다. 수치해석 결과는 집중질량의 크기와 위치를 변화시켰을 경우 시스템의 회전속도에 따른 진동 특성 변화를 비교 검토하였다.

후 기

본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제 입니다. (No. 2011T100200116)