

경사기능재료를 사용한 회전하는 외팔보의 진동해석

Vibration Analysis of a Rotating Cantilever Beam Made-up of Functionally Graded Materials

이기복† · 유홍희*
Ki Bok Lee, Hong Hee Yoo

1. 서 론

극한 열 환경에서 일반 재료를 사용하여 가혹한 조건을 견디고 기계적 강도를 유지하는 것은 불가능하다. 그래서 새로운 개념의 재료에 대한 필요성이 요구되고 있다. 재료공학적으로 새로운 합금이나 재료를 만드는 것도 방법이 되겠지만 막대한 비용과 시간이 필요하다. 이러한 관점에서 볼 때 복합재료의 사용은 빠르게 확대되고 발전되고 있으며 지속적으로 그 중요성이 증대될 것이다. 경사기능재료(FGM)는 재료의 조성이 금속표면에서 세라믹표면까지 연속적 변화하는 이질재료로 특성화 될 수 있다. 일반적으로, 바깥쪽은 극한 온도 환경에 저항하고 항산화성이 우수하며 낮은 열전도도 특성을 지닌 세라믹으로 구성하며 안쪽은 기계적 강도가

우수하며 높은 파괴 인성을 지닌 메탈로 구성되어 있다. 연속적인 재료 특성의 변화는 일반 복합재에 비해서 응력집중과 팽창률을 낮출 수 있고 경제적인 이득을 취할 수 있는 장점이 있다. 이러한 효과적인 복합재의 재료 특성을 예측하여 제작 한다면 보다 효과적이고 원하는 분야와 목적에 적용이 가능 할 것이다. 또한 경사기능성 재료가 용이하게 쓰일 수 있는 분야는 고온의 환경이 불가피한 가스 터빈 블레이드, 우주 항공기의 회전익 그리고 터보엔진의 팬 등이 있다. 이들의 공통점은 주기적인 회전 운동을 하는 시스템으로 회전에 의한 효과를 고려한 연구는 산업현장에서 용이하게 이용 될 수 있을 것이다. 그래서 본 연구에서는 경사기능성 재료를 사용한 회전 외팔보의 진동해석을 수행하였고, 부피분율을 조절하고 각속도를 변화하면서 진동특성이 어떻게 변화하는지에 대해 연구 하였다.

2. 운동방정식

2.1 경사기능재료

Fig. 2는 두께방향(y방향)으로 경사기능구배가 있는 외팔보이며 보의 L , 높이 h 그리고 사각단면을 보여주고 있다. 그리고, 이 외팔보에 사용되는 경사기능재료는 세라믹과 메탈로 구성된다. Voigt type의 혼합법칙을 따르고 멱급수 분포를 갖는 경사기능성 외팔보의 물성치는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_f(y) = (P_c - P_m) \left(\frac{y}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + P_m \quad (1)$$

여기서 P_c, P_m, n 은 세라믹과 메탈의 재료물성치 그리고 멱급수지수를 나타낸다. Fig. 2 는 멱급수지의 변화에 따라 두께방향으로 변화하는 세라믹의

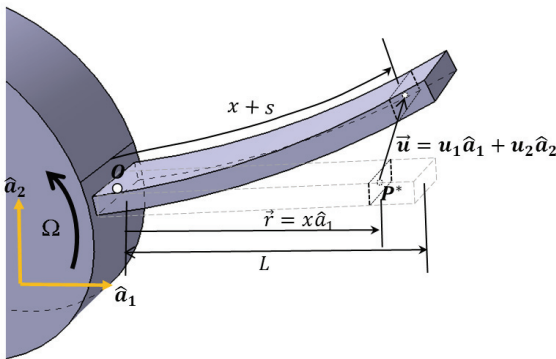


Fig. 1 Multi-packet blade system undergoing nozzle excitation forces

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학부
 E-mail : hhyoo57@gmail.com
 Tel : (02)2220-0446, Fax : (02)2293-5070
 * 한양대학교 대학원 기계공학부

부피분율을 보여준다. $n=0$ 일 때에는 전체가 세라믹이며, $n=\infty$ 일 때에는 전체가 메탈인 재료 물성을 나타낸다.

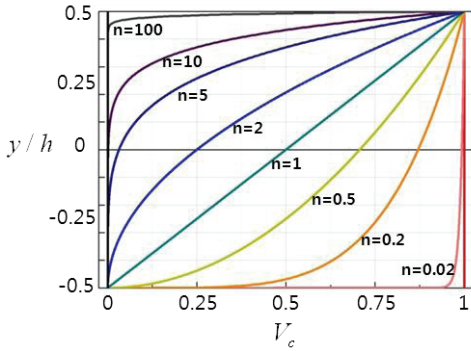


Fig. 2 Variation of the volume fraction of the ceramic constituent, V_c through the thickness of the FG beam

2.2 운동방정식 유도

Fig. 1은 경사기능성 외팔보를 보여준다. 이 보는 O 점을 중심에서 \hat{a}_3 방향으로 Ω 만큼 회전하는 강제 운동을 하는 허브에 부착되어 있다. 허브의 각속도와 임의의 점에서의 속도는 다음과 같다.

$$\vec{\omega}_3 = \Omega \hat{a}_3 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}^p &= \vec{v}^o + \frac{N}{dt} (\vec{r} + \vec{u}) \\ &= [\dot{u}_1 - \Omega u_2] \hat{a}_1 + [\Omega(r + x + u_1) + \dot{u}_2] \hat{a}_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Kane의 방법에 의해 외팔보 임의의 점에서의 속도, 가속도, 탄성에너지를 다음의 식에 적용하여 운동 방정식을 구한다.

$$\int_0^L \rho \left(\frac{\partial \vec{v}^p}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \left(\frac{d\vec{v}^p}{dt} \right) dx + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad (4)$$

여기서 U 는 탄성에너지이며 q_i 는 일반좌표를 나타낸다. 최종적으로 굽힘 방향 그리고 단면관성 방향에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L A \phi'_{1j} \phi'_{1j} dx q_{1j} + \sum_{j=1}^{\mu_6} \int_0^L B \phi'_{6j} \phi'_{6j} dx q_{6j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j}$$

$$- 2\Omega \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{12} \dot{q}_{2j} - \Omega^2 \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{11} q_{1j} - \dot{\Omega} \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{12} q_{2j} \quad (5)$$

$$= \Omega^2 Q_i + \Omega^2 r P_i \quad (i=1,2,\dots,\mu_1)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L Z \phi'_{2j} \phi'_{2j} dx q_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_6} \int_0^L Z \phi'_{6j} \phi'_{6j} dx q_{6j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} \\ & + 2\Omega \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{21} \dot{q}_{1j} + \dot{\Omega} \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{21} q_{1j} - \Omega^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{22} q_{2j} \end{aligned} \quad (6)$$

$$+ \frac{1}{2} \Omega^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} k_{ij}^{G2} q_{2j} + \Omega^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} k_{ij}^{G1} q_{2j}$$

$$= -r \dot{\Omega} P_{2i} - \dot{\Omega} Q_{2i} \quad (i=1,2,\dots,\mu_2)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_6} \int_0^L I_{33} \phi_{6i} \phi_{6j} dx \ddot{q}_{6j} + \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L B \phi'_{6i} \phi'_{6j} dx q_{1j} \\ & + \sum_{j=1}^{\mu_6} \int_0^L D \phi'_{6i} \phi'_{6j} dx q_{6j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L Z \phi_{6i} \phi_{6j} dx q_{6j} \end{aligned} \quad (7)$$

$$+ \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L Z \phi_{6i} \phi'_{2j} dx q_{2j}$$

$$= -\dot{\Omega} \int_0^L I_{33} \phi_{6i} dx \quad (i=1,2,\dots,\mu_6)$$

여기서 A, B, D, Z, I_{33} 는 각각 인장강성, 인장-굽힘 연성된 강성, 전단 강성 그리고 단면 미소요소의 단위 길이당 질량관성모멘트를 의미하며 다음의 식으로 표현된다.

$$[A \quad B \quad D] = b \int_{-h/2}^{h/2} E(y) [1 \quad y \quad y^2] dy, \quad (8)$$

$$Z = b \int_{-h/2}^{h/2} G(y) dy$$

$$I_{33} = \frac{\rho}{S} I_3 \quad (9)$$

구성된 운동방정식으로 진동방정식을 유도하면 질량행렬 \mathbf{M} , 강성행렬 \mathbf{K} , 감쇠행렬 \mathbf{C} 로 구성된 진동방정식을 얻게 된다.

3. 결 론

본 논문에서는 경사기능구배를 갖는 회전운동을 하는 외팔보의 고유진동 특성을 예측하기 위한 모델링과 운동방정식을 세웠다. 이는 산업현장에서 구조설계 시 유용하게 응용될 수 있으며 관련 연구분야에서도 폭 넓게 사용 될 수 있으리라 판단된다.

후 기

본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No. 2011T100200116)