

# 캔틸레버 보의 진동 특성을 활용한 유변 물성 측정

## Measurement of viscosity and density of fluid using structural vibration of cantileverbeam

김덕만\* · 장재성\*\* · 홍성결\*\* · 박준홍†  
**Deokman Kim, Jaesung Jang, Seongkyeol and Junhong Park**

### 1. 서 론

캔틸레버 보는 유체의 물성 측정, 구조물의 건전도 모니터링, 기체, 이온, 바이오 분자 등 여러 가지 종류의 물질 검출, 원자 현미경 등에 사용되고 있으며 매크로 크기와 마이크로 크기 분야에서 모두 사용되는 만큼 현재에도 다양한 분야에서 활발한 연구가 진행되고 있다. 물질 검출 분야의 경우 유체 내에서 물질을 검출해야 되는 경우가 많이 발생한다. 또한 유체와 캔틸레버 빔의 상호 작용에 의해 빔의 파동 전파 특성이 달라지게 되며 이를 이용한 유변 물성의 측정이 가능하다. 본 연구에서는 유체 안에서 작용하는 마이크로 캔틸레버 보 진동을 측정하고 상호 작용력 해석을 통해 유변 물성을 계측하는 시스템을 구현한다.

### 2. 본론

#### 2.1 실험 장치 구성

실험장치는 Fig. 1과 같이 구성하였다. 보 전체가 유체 안에 있으며 가진기에 보를 고정하여 랜덤 신호로 가진하였고 보의 진동 측정은 가속도계와 Laser vibrometer를 이용하였다. 캔틸레버 보의 길이 10cm, 너비 1cm, 두께 0.1cm 의 베이클라이트 재질을 사용하였고 전체 보 질량은 1.4g 이다.

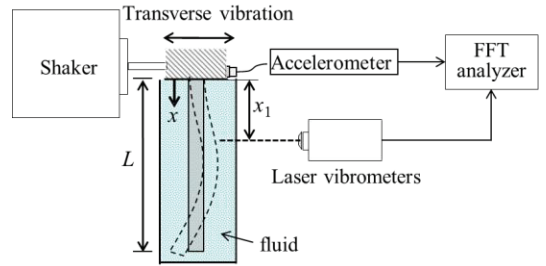


Fig. 1 Schematic of experiment set-up

#### 2.2 보 전달함수

유체 내에서 진동하는 보는 유체와의 상호 작용에 의한 유동력을 받게 되며 평판 구조의 보의 경우 보가 받는 유동력은

$$F(x,t) = -g_1 \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} - g_2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

이며 여기서  $g_1 = \frac{\pi}{2} \rho b^2 f \Gamma''(f)$ ,  $g_2 = \frac{\pi}{4} \rho b^3 \Gamma'(f)$ ,  $\Gamma' = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{\delta}{w}$ ,

$$\Gamma'' = \beta \frac{\delta}{w} + \beta_2 \left(\frac{\delta}{w}\right)^2, \quad \delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho\omega}}$$

이며  $\alpha_1 = 1.0553$ ,  $\alpha_2 = 3.7997$ ,  $\beta_1 = 3.8018$ ,  $\beta_2 = 2.7364$  이다.

유체 내에서 진동하는 굽힘 보의 지배방정식은

$$D \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + M_b \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = F(x,t) \quad (2)$$

이고 여기서  $D$ 는 빔의 굽힘 강성,  $M_b$ 는 빔의 길이 당 질량이다. 보가 받는 유동력을 지배방정식에 도입하면

$$D \frac{\partial^4 \hat{w}(x)}{\partial x^4} + (M_b + g_2) \frac{\partial^2 \hat{w}(x,t)}{\partial t^2} + g_1 \frac{\partial \hat{w}(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

이 된다.

식 (3)을 만족시키는 해는  $w(x,t) = \hat{w}(x)e^{j\omega t}$  이며

$$\hat{w}(x) = \hat{A}_1 \sin \hat{\gamma} x + \hat{A}_2 \cos \hat{\gamma} x + \hat{A}_3 e^{\hat{\gamma}(x-L)} + \hat{A}_4 e^{-\hat{\gamma} x} \quad (4)$$

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : parkj@hanyang.ac.kr

Tel : 02)2220-0424

\* 한양대학교 기계공학부

\*\* UNIST 기계신소재공학부

이고 고정-자유단의 경계조건은

$$\hat{w}(0) = \hat{w}_0, \frac{\partial \hat{w}(0)}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 \hat{w}(L)}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^3 \hat{w}(L)}{\partial x^3} = 0 \quad (5)$$

이다. 이러한 경계 조건을 적용하여  $x=0$  지점과  $x=x_1$  지점의 전달함수를 이론적으로 구할 수 있다. 이렇게 구한 전달함수는

$$\frac{\hat{w}(x_1)}{\hat{w}(0)} = \frac{\hat{A}_1 \sin(\hat{\gamma}x_1) + \hat{A}_2 \cos(\hat{\gamma}x_1) + \hat{A}_3 e^{\hat{\gamma}(x_1-L)} + \hat{A}_4 e^{-\hat{\gamma}x_1}}{\hat{A}_2 + \hat{A}_3 e^{-\hat{\gamma}L} + \hat{A}_4} \quad (6)$$

이며 실험으로 구한 전달함수와 비교하여 Newton-raphson 법을 사용하면 유체의 물성을 주파수 별로 측정할 수 있다.

### 3. 측정 결과 및 고찰

Fig. 3 은 보만 있는 경우 측정된 전달함수와 이론적으로 구한 전달함수를 비교한 결과와 물과 알코올에 담긴 경우 측정된 전달함수를 보여준다. 이론적으로 구한 전달함수가 실험으로 구한 전달함수와 잘 맞는 것을 확인할 수 있으며 유체 안에 있는 보의 경우 유체의 물성치에 따라 전달함수가 달라지는 것을 확인할 수 있다. 밀도가 커지면 전달함수의 공진 주파수가 낮은 주파수로 이동하며 점성이 커지면 공진 주파수에서의 전달함수 값이 점성에 의한 영향으로 작아지게 된다.

### 4. 결론

본 연구에서는 유체 안에 있는 캔틸레버 보의 파동 전파특성을 분석하였고 유체의 밀도와 점도가

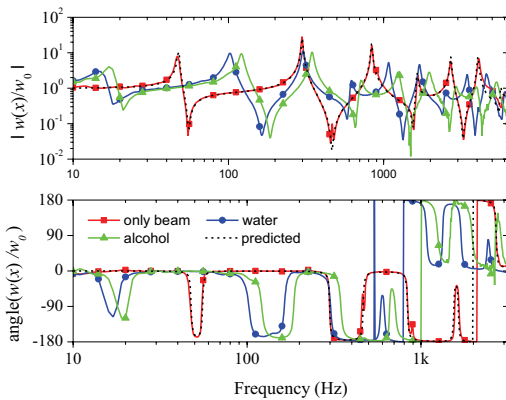


Fig. 2 Measured transfer function for vibration of the cantilevers

클수록 상호작용이 증가하며 전달함수의 크기가 감소하는 것을 확인하였다. 또한 보만 있는 경우의 전달함수와 보가 유체 안에 위치한 경우의 전달함수 차이를 분석하고 유체와 보의 상호작용력을 적용하여 유체의 물성을 측정할 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

### 참고문헌

- (1) Junhong Park, "Transfer function method to measure dynamic mechanical properties of complex structures", Journal of sound and vibration, 2005
- (2) John Elie Sader, "Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope", Journal of Applied physics, 1997
- (3) E. O. TUCK, "Calculation of unsteady flow due to small motions of cylinders in a viscous fluid", Journal of engineering mathematics, 1968