한국소음진동공학회 2013년 춘계학술대회논문집, pp. 331~332

점근해석 기반 고차보이론을 이용한 박판보 조인트 구조의 진동해석

Vibration Analysis of Jointed Thin-Walled Beam Structures Using Asymptotic Method

장강원† · 최수민* · 김윤영**

Gang-Won Jang, Soo Min Choi and Yoon Young Kim

1. 서 론

본 연구에서는 고차 박판보 이론을 사용하여 폐단면 박판보로 구성된 조인트 구조물의 고유진동수와 고유모드 등을 계산하는 동적 해석을 수행한다. 워핑, 디스토션과 같은 고차 단면 변형 모드를 구하기 위하여 Kim et al.[(1)]이 사용한 점근해석법(Formal asymptotic method)을 적용한다. 따라서 고차 박판보 이론에 관한 연구들에서 개별적으로 제시되었던 고차 모드들을 점근법을 이용한 단면 변형에 대한 지배 방정식을 유도해 내고 반복적으로(recursively) 해석을 수행함으로써 조인트 구조와 같이 고차 변형이 발생하는 경우에 영향을 미치는 주요한 변형 모드들을 빠뜨리지 않을 수 있다.

제시한 이론을 직사각 단면 박판보 2 개가 만나는 조인트 구조물의 진동해석에 적용하여 그 결과를 상세 쉘모델링 해석 결과와 비교해봄으로써 그 효용성을 검증하였다.

2. 고차박판보 이론

2.1 점근 해석을 이용한 고차 모드 도출

고차박판보 이론에 기반한 일차원 변위 자유도들은 인장/압축 U, 평면내 굽힘쳐짐 V^I, 평면내 굽힘 전단회전각 β^I, 평면외 굽힘쳐짐 V^O, 평면외 굽힘 전단회전각 β^O, 비틀림회전각 θ으로 구성된 6 개 강체 자유도와 고차 모드에 의한 자유도로 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} u_\alpha(s,z) &= \psi_\alpha^U(s)U(z)+\psi_\alpha^{V^I}(s)V^I(z)+\psi_\alpha^{\beta^I}(s)\beta^I(z) \\ &+\psi_\alpha^{V^O}(s)V^O(z)+\psi_\alpha^{\beta^O}(s)\beta^O(z)+\psi_\alpha^{\theta}(s)\theta(z) \\ &+\sum_i \psi_\alpha^{W_i}(s)W_i(z) \quad (\alpha = n,s \text{ or } z) \end{aligned} \tag{1}$$

위 식에서 s 는 단면을 따라가는 좌표, z 는 보의 길이방향 좌표, n 은 단면에 수직인 좌표로서 $\mathbf{n}=\mathbf{z}\times\mathbf{s}$ 로 주어진다.

식 (1)에서 ψ 는 단면형상함수이며 6 개의 강체 자유도의 경우에는 단면의 치수와 좌표로 쉽게 정의된다. 고차 모드인 ψ^{W_i} 를 구하기 위하여 본 연구에서는 Kim et al.[(1)]의 점근법을 이용한다. 보의 단면을 다음과 같이 좌표를 재정의함으로써 스케일링을 할 수 있다.

$$y_1 = z, y_2 = \frac{x}{\varepsilon}, y_3 = \frac{y}{\varepsilon} \tag{2}$$

위의 좌표를 이용하여 변위를 다음과 같이 나타낼 수 있는데

$$\begin{Bmatrix} u_1(\mathbf{x}) \\ u_2(\mathbf{x}) \\ u_3(\mathbf{x}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ u_2^0(y_1) \\ u_3^0(y_1) \end{Bmatrix} + \sum_{n=1} \varepsilon^n \begin{Bmatrix} u_1^n(\mathbf{y}) \\ u_2^n(\mathbf{y}) \\ u_3^n(\mathbf{y}) \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

위에서 n=0 은 강체 변위를 나타내며 n=1 이상은 고차 모드에 의한 변형을 의미한다. 식 (3)을 이용하여 응력 및 변형률도 아래와 같이 나타낼 수 있다.

† 교신저자; 정회원, 세종대학교 기계항공우주공학부
E-mail : gwjang@sejong.ac.kr
Tel : 02-3408-3771
* 서울대학교 대학원 기계설계학과
** 서울대학교 기계항공공학부

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}^0(\mathbf{y}) + \sum_{n=1} \varepsilon^n \boldsymbol{\varepsilon}^n(\mathbf{y}), \qquad (4a)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\sigma}^0(\mathbf{y}) + \sum_{n=1} \varepsilon^n \boldsymbol{\sigma}^n(\mathbf{y}). \qquad (4b)$$

위 응력식을 평형방정식에 대입하여 다음과 같은 점근법을 이용한 단면 변형의 지배방정식을 얻는다.

$$\mathbf{L}_{23}^T \boldsymbol{\sigma}^{n+1} + \mathbf{L}_1^T \boldsymbol{\sigma}_{,1}^n + \tilde{\mathbf{b}} = 0 \quad (n \geq -1) \qquad (5)$$

식 (5)를 유한요소법을 이용하여 해석을 수행하고 그 해를 고차변형 모드로 사용한다. 해석을 위한 구속조건으로서 고차변형 모드는 6 개의 강체모드들에 수직한다는 조건을 부과한다. Fig. 1 은 직사각 단면의 경우에 식 (5)를 해석해서 얻은 고차변형모드들이다.

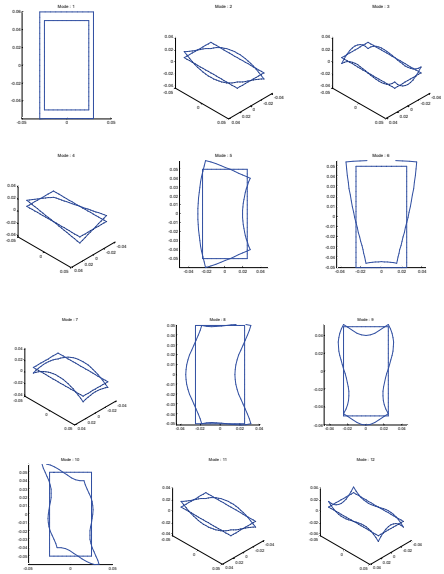

Fig. 1 Higher-order cross-section deformation modes obtained by using the asymptotic method

2.2 조인트 접합 조건

조인트에서의 변위 접합 조건은 기존 Jang et al. [(2)]의 연구의 경우에는 선형 디스토션을 사용함으로써 조인트 공유면에서 모든 변위가 정확하게 일치한다는 조건을 사용할 수 있었다. 그러나 본 연구에서는 고차 모드들의 변형 형상은 구간별 선형 또는 삼차의 형상함수로 주어지므로 조인트 공유면의 모든 점에서 삼차원 변위의 연속성을 만족시키는 대신에 조인트 공유점에서 삼차원 변위와 조인트 각의 일치 조건을 사용하도록 한다.

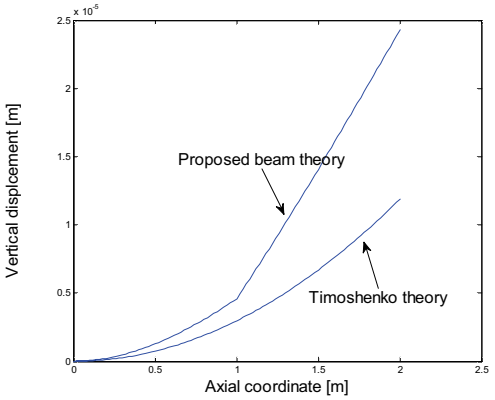

Fig. 2 Bending deflection results for a two-beam-joint structure (joint angle: 30°) by an out-of-plane shear force F=1N at the end (the cross section is the rectangular shape: width=50mm, height=100mm, thickness=2mm)

3. 결 론

Fig. 2 의 결과는 쉘이론을 이용하여 수행한 상세 모델링 결과와 거의 일치한다. 따라서 본 이론이 박판보 조인트에서의 유연성을 정확히 표현할 수 있음을 알 수 있다. 이는 진동해석에서도 마찬가지로 적용되며 현재 이를 구현중이다.

참고문헌

(1) Kim, J. S., Cho, M., and Smith E. C., 2008, "An asymptotic analysis of composite beams with kinematically corrected end effects," International Journal of Solids and Structures, Vol. 45, pp. 1954-1977.

(2) Jang, G. W., Kim, K. J., and Kim, Y. Y., 2008, "Higher-order beam analysis of box beams connected at angled joints subject to out-of-plane bending and torsion," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 75, pp. 1361-1384.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(과제번호 2010-0023472)