

부가 질량-스프링계를 갖는 모드 전환된 진동 에너지 수확장치의 수학적 모델

Mathematical model of a mode sequence reversed vibration energy harvester with a tuned mass-spring unit

이소원† · 김재은* · 김윤영**

Sowon Lee, Jae Eun Kim and Yoon Young Kim

1. 서 론

주변의 진동 에너지를 전기 에너지로 변환하기 위한 여러 수단 중에서 압전 진동에너지 수확 기술은 압전 물질의 상대적으로 높은 에너지 변환 효율 및 구성의 간단함으로 인해 가장 많이 연구되어 오고 있다. 특히, 수학적 모델을 정립하기 위한 연구는 에너지 수확장치의 설계와 평가에 있어서 중요한 역할을 한다.

지금까지 주로 연구되어 온 외팔보 형태의 압전 진동 에너지 수확 장치는 충분하지 않은 발생 전력의 크기 및 가진된 주파수 의존성이라는 한계점을 가지고 있어 이를 극복하고자 하는 연구가 지속되고 있다. 그러한 연구의 일부로서 Kim⁽¹⁾은 모드 전환된 2 자유도계 진동 에너지 수확장치를 제안하여 발생 전력의 크기가 향상되는 것을 확인하였다. 그러나, 이 장치에 대한 수학적 모델은 아직 정립되지 않아 성능에 대한 다양한 설계 변수들의 영향이 폭넓게 연구되지 않았다. 따라서, 본 연구에서는 일반적인 구성의 2 자유도계 압전 진동 에너지 수확 장치에 대한 수학적 모델⁽²⁾을 기반으로 모드 전환된 진동 에너지 수확 장치⁽¹⁾에 대해 연속체 기반의 수학적 모델을 제안하였다.

2. 수학적 모델의 유도

모드 전환된 압전 진동 에너지 수확장치는 Fig. 1(a)와 같이 구성되며, 이에 대한 수학적 모델을 유도하기 위해 Fig. 1(b)에 등가 모델을 나타내었다. 이

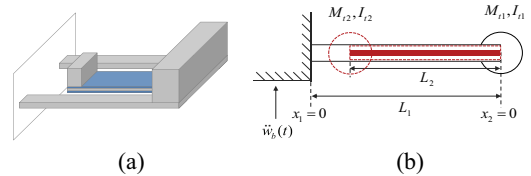


Fig. 1 (a) A mode sequence reversed vibration energy harvester and (b) its equivalent model

에 대한 운동 방정식은 첫번째 및 두번째 보에 대해 각각 다음과 같다.

(첫번째 보)

$$Y_1 I_1 w_1''''(x_1, t) + m_1 \ddot{w}_1(x_1, t) = -\ddot{w}_b(t) [m_1 + M_{11} \delta(x_1 - L_1)] \quad (1)$$

(두번째 보)

$$Y_2 I_2 w_2''''(x_2, t) + m_2 \ddot{w}_2(x_2, t) - \theta v(t) [\delta'(x_2) - \delta'(x_2 - L_2)] = -\ddot{w}_b(t) [m_2 + M_{12} \delta(x_2 - L_2)] \quad (2)$$

위 식에서 m , M_i 및 YI 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 끝단 질량의 크기 및 등가 굽힘 강성을 나타내며, v 는 전압, w 및 w_b 는 각각 보의 기저에 대한 상대 변위 및 기저의 수직 변위를 나타낸다. 또한, θ 는 두 번째 보의 상하 압전 층이 서로 병렬로 연결되었을 경우 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = e_3 b_2 (h_p + h_s) \quad (3)$$

위 식에서 b_2 는 두 번째 보의 폭, h_p 및 h_s 는 각각 압전 층과 기저 층의 두께를 나타낸다.

따라서, 보의 상대 변위 w_1 및 w_2 에 대해 각각 정규화된 모드를 이용하여 전개하고, 새로운 좌표계 $x_2 = x - L_1$ 을 도입하면, 다음과 같이 1개의 역학적 연성 방정식을 얻을 수 있다.

† 교신저자; 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : rosusuave@snu.ac.kr

Tel : (02)880-1689, Fax : (02)872-5431

* 정회원, 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부, 교수

** 정회원, 서울대학교 기계항공공학부, 교수

$$\ddot{\eta}_r(t) + 2\zeta_r\omega_r\dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2\eta_r(t) - \alpha_r v(t) = F_r\ddot{w}_b(t) \quad (4)$$

위 식에서 ζ_r 은 r 번째 모드에서의 감쇠 비이며 α_r 은 정규 모드 ϕ_{r2} 를 이용하여 다음과 같이 정의 된다.

$$\alpha_r = \theta\{\phi'_{r2}(L_2) - \phi'_{r2}(0)\} \quad (5)$$

식 (4)의 외부 가진에 의한 항은 다음과 같이 표현된다.

$$F_r = -\left\{m_1 \int_0^{L_1} \phi_{r1}(x) dx + M_{r1} \phi_{r1}(L_1) + m_2 \int_{L_1}^{L_2} \phi_{r2}(x - L_1) dx + M_{r2} \phi_{r2}(L_2)\right\} \quad (6)$$

또한, 압전 물질의 구성 방정식으로부터 전기적 변위를 유도한 후 가우스 법칙에 대입하면 다음과 같은 전기적 연성 방정식을 얻을 수 있다.

$$C_p \dot{v}(t) + \frac{v(t)}{R_i} + \sum_{r=1}^{\infty} \alpha_r \dot{\eta}_r(t) = 0 \quad (7)$$

여기서 C_p 는 전기용량으로 아래와 같다.

$$C_p = 2\varepsilon_{33}^S b_2 L_2 / h_p \quad (8)$$

따라서, 식 (4) 및 (8)의 두 연성 방정식을 연립하면 다음과 같이 출력 전압에 대한 주파수 응답 함수를 구할 수 있다.

$$v(t) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{-j\omega\alpha_r F_r}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega_r\omega}}{\frac{1}{R_i} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\alpha_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega_r\omega}} e^{j\omega t} \quad (9)$$

3. 유한요소해석을 통한 검증

모드 전환된 진동 에너지 수확 장치에 대해 유도된 수학적 모델을 검증하기 위해서 ANSYS를 이용한 유한요소해석 결과와 비교하였다. 특정 모델에 대해서 수학적 모델로 예측한 발생 전력 값과 유한요소해석을 통해 구한 출력 값을 Fig. 2에 나타내었다. 압전 진동 에너지 수확 장치의 외부 부하 저항이 100 kΩ의 값을 가질 때, 수학적 모델의 경우 52.5 Hz에서 104.2 μW/(m/s²)², ANSYS의 경우 53.0 Hz에서 107.1 μW/(m/s²)²의 최대 발생 전력을 얻을 수 있었다. 이는 2.8 %의 오차에 해당한다. 또한, 압전 물질이 부착된 두번째 보가 독립된 단일 진동 에너지 수확 장치로서 기저 가진되는 경우 최대 발생 전력은 34.9 μW/(m/s²)²로서, 모드 전환된 모델의 발

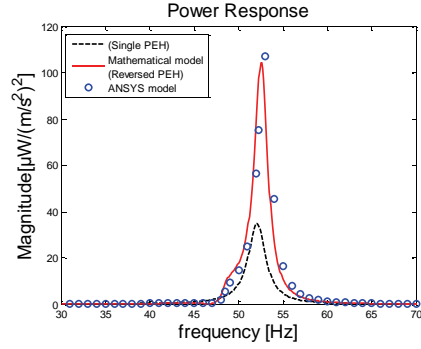


Fig. 2 Power outputs predicted by the developed mathematical model and by ANSYS with external resistance of 100 kΩ

생 전력량이 이에 비해 약 3배 정도 증가되는 것을 확인할 수 있었다.

4. 결론

본 연구에서는 모드 전환된 2 자유도계 진동에너 지 수확장치에 대해 연속체 기반의 수학적 모델을 제안하였고 유한요소해석 결과와의 비교를 통해 그 타당성을 검증하였다. 본 연구에서 제안한 수학적 모델은 모드 전환된 진동 에너지 수확장치의 효과적인 설계 변경 및 성능 평가에 매우 유용하게 활용될 수 있다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업(과제번호: 2012-0003494) 및 중견 연구자 지원사업(과제번호: 2012-0005693)의 지원을 받은 것으로 이에 감사 드립니다.

참고 문헌

- (1) Kim, J. E. and Kim, Y. Y., 2011, Korea Patent (Registration No. 10-1061591).
- (2) Ou, Q., Chen, X., Gutschmidt, S., Wood, A., Leigh, N. and Arrieta, A. F., 2011, An experimentally validated double-mass piezoelectric cantilever model for broadband vibration-based energy harvesting, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 23, pp. 117~126.