

외팔보 구조를 갖는 압전 액츄에이터 변위 개선 연구

Analysis of Tip Displacement of Cantilever-type Piezoelectric Actuators

연태흠* · 장건희† · 남자현*
T. H. Yeon, G. H. Jang and J. H. Nam.

Key Words: Piezoelectric actuator, Unimorph, Bimorph, Monomorph, Cantilever beam, Finite element method

ABSTRACT

This paper analyzes three cantilever-types of piezoelectric actuators of bimorph, unimorph and monomorph in same volume to maximize tip displacement. Tip displacement of each actuator is theoretically derived by using beam theory and numerically verified by FEM. It also investigates the tip displacements of each actuator due to the change of elastic layer. It shows that the piezoelectric actuator of bimorph generates the largest tip displacement among them.

1. 서 론

기존의 모바일 기기에 사용되던 진동 액츄에이터는 rotating unbalanced mass 에 의해 rotational vibration 을 생성하는 실린더 타입의 액츄에이터를 사용하였다. 하지만 이들은 응답 시간이 늦다는 단점을 갖고 있어, 최근에는 공진 현상을 이용해 짧은 응답 시간을 가진, 자석 또는 압전체를 이용한 리니어 타입의 액츄에이터가 널리 사용되고 있다. 최근에 많은 모바일 기기들이 haptic 기능을 내장하고 사용자들이 다양한 모바일 소프트웨어를 사용함에 따라 모바일 기기들이 기존보다 더 빠른 응답시간을 필요로 하고 있다. 따라서 가장 빠른 응답시간을 갖는 압전 액츄에이터에 대한 관심이 높아지고 있다. 하지만 압전체의 작은 변위로 인해 최대 진동 가속도가 다른 타입에 비해 작은 값을 갖기 때문에 동일한 체적에서 압전체의 변위를 극대화시키는 방법이 중요한 연구 주제가 되고 있다.

많은 이전 연구자들이 압전 액츄에이터의 종류별 진동특성에 대한 연구를 하였다. Qing-Ming Wang⁽¹⁾ 등은 수식을 이용해서 unimorph beam, bimorph beam 의 끝단 변위와 고유진동수를 계산한 후 결과

를 비교했고, Jan G Smits⁽²⁾ 등은 수식을 이용해서 monomorph beam 의 변위를 계산했다. 하지만 실험이나 유한요소법을 통한 검증은 하지 않았다. Der Ho Wu⁽³⁾ 등은 수식과 유한요소법을 이용하여 bimorph beam 의 변위와 고유진동수를 각각 계산한 후 결과를 비교하고 실험을 통해 모델을 검증하였다. Michel Brissaud⁽⁴⁾ 는 non-symmetric unimorph beam 의 지배방정식을 수식적으로 유도하고 여러 가지 경계조건에 대한 변위를 계산했다. Zhongtao Li⁽⁵⁾ 등은 circular unimorph beam 의 지배방정식을 수식적으로 유도하고 경계조건에 따른 변위를 계산했다. J Ajitsaria⁽⁶⁾ 등은 수식 및 RLC 등가회로로 bimorph beam 의 끝단 변위를 계산하고 실험을 통해 검증하였다. Lim⁽⁷⁾ 등은 self-moving cell 원리를 이용한 압전 액츄에이터를 설계 및 제작하여 성능평가를 하였다.

본 논문은 동일한 체적에서 어떤 종류의 외팔보 압전 액츄에이터가 가장 큰 변위를 갖는지 알아보기 위해, 이론적 과정을 통해서 각 외팔보 압전 액츄에이터의 끝단 변위식을 유도하고 끝단 변위를 계산한 후 유한요소법을 이용하여 검증하였다. 수식들은 본 이론과 압전체 이론을 사용하여 유도하였다. 검증된 수식을 이용하여 끝단 변위가 가장 큰 외팔보 압전 액츄에이터를 판별하였다.

2. 기준 모델

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : ghjang@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2220 - 1729 , Fax : (02)2292 - 3406

* 정희원, 한양대학교 기계공학과 대학원

본 연구는 체적이 같은 unimorph beam, bimorph beam, monomorph beam 압전 액추에이터 끝단 변위를 계산했고 기준모형을 정하여 사용했다. 세 가지 모델의 형상은 Figure 1에 나타났다. 가로는 L , 너비는 b 이고, piezoelectric layer의 두께는 t_p ,

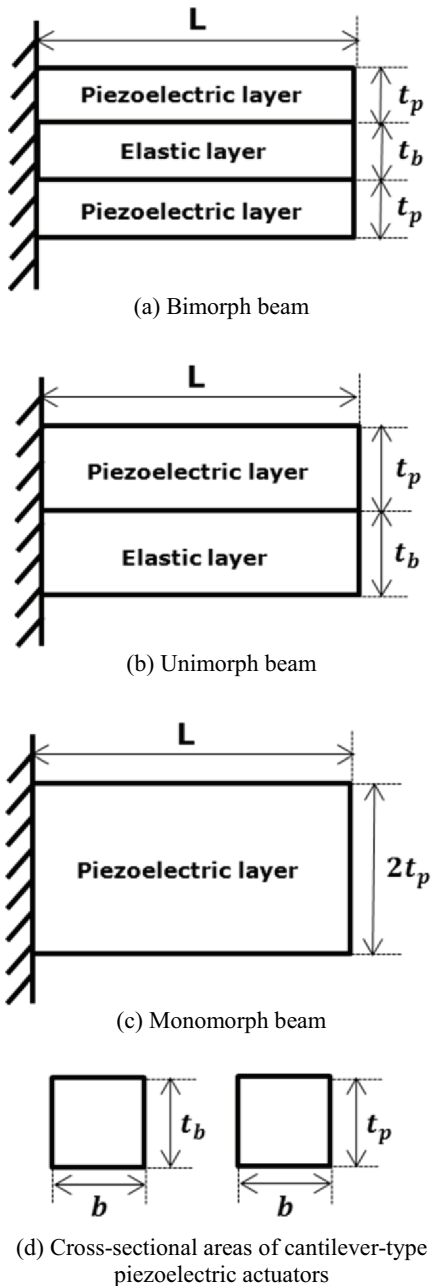


Figure 1. Structure of cantilever-type piezoelectric actuators

Table 1. Material property of elastic layer

Components	Elastic layer
Density [kg/m^3]	7700
Poisson ratio [-]	0.3
Young's modulus [N/m^2]	16.9×10^{10}

Table 2. Material property of piezoelectric layer

Components	Piezoelectric layer
Density [kg/m^3]	7800
Poisson Ratio [-]	0.31
Piezoelectric elastic modulus [N/m^2]	6.2×10^{10}
Piezoelectric strain constant [C/N]	2.2×10^{-11}

elastic layer의 두께는 t_b 이다. 여기서 화살표는 분극방향이며 세 가지 모델은 모두 외팔보이다.

Figure 1의 (d)에 도시된 단면들은 왼쪽이 elastic layer의 단면, 오른쪽이 piezoelectric layer의 단면이다. 물성치는 Table 1, Table 2에 표시하였다.⁽²⁾

3. 수식을 통한 압전 액추에이터의 끝단 변위 계산

3.1 압전체 지배방정식

압전체는 전압을 인가했을 때 변위를 발생시키는 물질이다. 따라서 변위가 응력뿐만 아니라 전압의 영향도 받게 된다. 응력과 전속밀도를 변형률과 전기장의 선형함수로 나타낼 수 있는데 다음의 식 (1), (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma(S, E) = c^D S - c^D d E \quad (1)$$

$$D(S, E) = -c^D d S + \epsilon_0 E \quad (2)$$

여기서, σ 는 응력(N/m^2), E 는 전기장(V/m), c^D 는 영률(N/m^2), S 는 변형률, d 는 압전 변형률 상수(m/V), D 는 전속밀도(C/m^2), ϵ_0 는 유전율(F/m)이다.

3.2 Unimorph beam의 변위

Figure 2와 같이 unimorph beam은 한 층의 elastic layer와 한 층의 piezoelectric layer로 구성되어 있다. Piezoelectric layer에 작용하는 응력은 식 (1)과 같고 elastic layer에 작용하는 응력은 식 (3)과 같다.

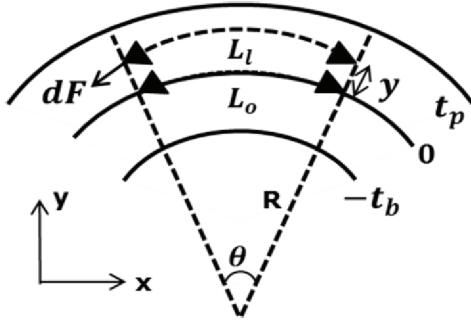


Figure 2. Bending motion of unimorph beam

$$\sigma_b = c^b s \quad (3)$$

Figure 2 에서 곡률 k 는 R 과 역수관계가 있으며 다음 식 (4)와 같이 정의된다.

$$k = \frac{1}{R} = \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \quad (4)$$

여기서 v 는 중립축으로부터의 y 방향 변위이다. 이를 이용해서 변형률을 구하면 식 (5)와 같다.

$$s = \frac{L_1 - L_0}{L_0} = \frac{(R + y)\theta - R\theta}{R\theta} = \frac{y}{R} = ky \quad (5)$$

식 (5)을 식 (1)에 대입하면 식 (6)을 얻는다.

$$\sigma_p = c^p ky - c^p dE \quad (6)$$

마찬가지로 식 (5)를 식 (3)에 대입하면 식 (7)이 나오게 된다.

$$\sigma_b = c^b ky \quad (7)$$

미소 모멘트는 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$dM = ydF \quad (8)$$

Unimorph beam에 작용하는 힘과 모멘트를 계산하기 위해 식 (6), (8)을 이용하면 piezoelectric layer의 미소 힘, 미소 모멘트에 대한 식 (9), (10)을 얻는다.

$$dF = c^D kyb dA \quad (9)$$

$$dM = (c^D ky - c^D dE)yb dA \quad (10)$$

같은 방법으로 elastic layer의 응력도 고려하여 순

수 굽힘과 순수 인장에 의한 힘과 모멘트를 계산하면 아래의 식 (11), (12)를 얻을 수 있다.⁽¹⁾

$$F = \int_{-t_b}^0 (c^b ky + c^b S_1) b dy + \int_0^{t_p} (c^p S_1 + c^p ky + c^p dE) b dy \quad (11)$$

$$M = \int_{-t_b}^0 (c^b ky^2 + c^b S_1) b dy + \int_0^{t_p} (c^p S_1 + c^p ky + c^p dE) y b dy \quad (12)$$

여기서 S_1 은 순수인장력이 작용할 때의 변형률이다. 식 (11), (12)를 정리하면 식 (13), (14)가 된다.

$$F = b(c^p t_p + c^b t_b) S_1 + \frac{bk(c^p t_p^2 - c^b t_b^2)}{2} + c^p dE b t_p \quad (13)$$

$$M = bk \left(\frac{c^p t_p^3 + c^b t_b^3}{3} \right) + \frac{b S_1 (c^p t_p^2 - c^b t_b^2)}{2} + \frac{c^p dE b t_p^2}{2} \quad (14)$$

외부에서 작용하는 모멘트와 힘이 0일 때를 고려하여 식 (13), (14)를 풀면 곡률 k 가 식 (15)와 같이 구해진다.

$$k = \frac{C}{A + B} \quad (15)$$

식 (15)에서 A, B, C 는 각각 식 (16), (17), (18)과 같다.

$$A = \left(\frac{c^b}{c^p} \right)^2 \left(\frac{t^b}{t^p} \right)^4 + 4 \left(\frac{c^b}{c^p} \right) \left(\frac{t^b}{t^p} \right) + 1 \quad (16)$$

$$B = 6 \left(\frac{c^b}{c^p} \right) \left(\frac{t^b}{t^p} \right)^3 + 4 \left(\frac{c^b}{c^p} \right) \left(\frac{t^b}{t^p} \right)^2 \quad (17)$$

$$C = \left(6 \left(\frac{c^b}{c^p} \right) \left(\frac{t^b}{t^p} \right) + 6 \left(\frac{c^b}{c^p} \right) \left(\frac{t^b}{t^p} \right)^2 \right) \frac{dE}{t_p} \quad (18)$$

이제 식 (4)를 이중 적분하여 y 방향의 변위를 구하고 외팔보의 경계조건을 적용하면 식 (19)를 얻는다.⁽⁴⁾

$$v(x) = \frac{1}{2} k x^2 \quad (19)$$

식 (15)를 식 (19)에 대입하면 변위식 $v(x)$ 를 구할 수 있다.

$$v(x) = \frac{1}{2} \frac{C}{A+B} x^2 \quad (20)$$

식 (20)에 $x = L$ 을 대입해서 unimorph beam의 끝단 변위식을 계산할 수 있고 식 (21)이 도출된다.

$$\delta_{uni} = \frac{1}{2} \frac{C}{A+B} L^2 \quad (21)$$

3.3 Bimorph beam의 변위

Bimorph beam은 두 층의 piezoelectric layer와 한 층의 elastic layer로 이루어져 있다. bimorph beam은 순수 굽힘만이 발생하므로 끝단 변위를 구하기 위해 모멘트에 대한 적분을 수행하면 식 (22)이 된다.^{(5), (6)}

$$M = \int_{-\frac{t_b}{2}}^{\frac{t_b}{2}} y(c^p k y + c^p dE) b dy + \int_{-\frac{t_b}{2}}^{\frac{t_b}{2}} (c^b k y^2) b dy + \int_{\frac{t_b}{2}}^{\frac{t_b}{2} + \frac{t_p}{2}} y(c^p k y - c^p dE) b dy \quad (22)$$

정리하면 식 (23)을 얻을 수 있다.

$$M = \frac{k h c^p}{12} (t_p^3 + 3 t_b t_p^2 + 3 t_p t_b^2) + k h c^b \frac{t_b^3}{12} - \frac{h c^p dE}{4} (2 t_b t_p + t_p^2) \quad (23)$$

같은 방법으로 외부모멘트가 작용하지 않을 때에 곡률 k 를 구하면 식 (24)를 구할 수 있다.

$$k = \frac{3 c^p dE (2 t_b t_p + t_p^2)}{c^b t_b^3 + c^p (t_p^3 + 3 t_b t_p^2 + 3 t_p t_b^2)} \quad (24)$$

식 (24)를 식 (19)에 대입하면 bimorph beam의 변위가 나온다.

$$v(x) = \frac{x^2}{2} \frac{3 c^p dE (2 t_b t_p + t_p^2)}{c^b t_b^3 + c^p (t_p^3 + 3 t_b t_p^2 + 3 t_p t_b^2)} \quad (25)$$

$x = L$ 을 대입하면 식 (26)를 도출할 수 있다.

$$\delta_{bi} = \frac{3 c^p dE L^2 (2 t_b t_p + t_p^2)}{2 (c^b t_b^3 + c^p (t_p^3 + 3 t_b t_p^2 + 3 t_p t_b^2))} \quad (26)$$

3.4 Monomorph beam의 변위

Monomorph beam은 한 층의 piezoelectric layer로 이루어져 있다. Bimorph beam의 끝단 변위를 계산한 방법과 같은 방법으로 모멘트를 계산하면 식 (27)이 나온다.⁽²⁾

$$M = \int_{-t_p}^0 y(c^p k y + c^p dE) h dy + \int_0^{t_p} y(c^p k y - c^p dE) h dy \quad (27)$$

정리하면 식 (28)을 얻는다.

$$M = \frac{2}{3} h c^p k t_p^3 - h c^p t_p^2 dE \quad (28)$$

마찬가지로 외부모멘트가 작용하지 않을 때의 곡률 k 를 계산해보면 식 (29)가 나온다.

$$k = \frac{3 dE}{2 t_p} \quad (29)$$

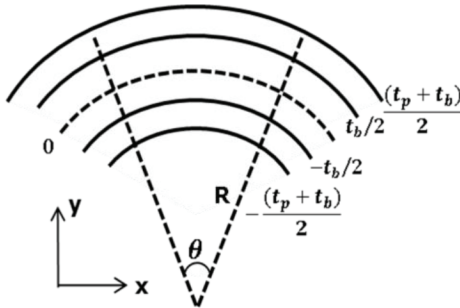


Figure 3. Bending motion of bimorph beam

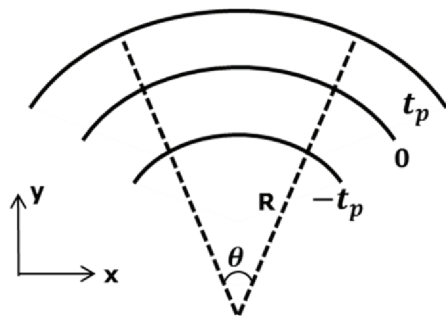


Figure 4. Bending motion of monomorph beam

식 (19)에 식 (29)를 대입한 후 $x = L$ 을 대입하면 끝단 변위에 대한 식 (30)이 도출된다.

$$\delta_{\text{mono}} = \frac{3dEL^2}{4t_p} \quad (30)$$

4. 유한요소법을 이용한 압전 액츄에이터의 변위 계산

본 연구는 상용 프로그램인 ANSYS를 사용하여 기준모델의 unimorph beam, bimorph beam, monomorph beam 압전 액츄에이터의 끝단 변위를 계산하였다. 해석모델은 기준모델과 같고 Figure 5에 나타내었다. Figure 6은 전압조건과 분극 방향 그리고 좌표축을 나타낸 그림이다. 여기서 x축은 증립축이고 각 모델들은 증립축에 대해서 대칭을 이루고 있다. Table 1, Table 2, Table 3의 치수와 물성, cantilever 경계조건을 사용하였다. 해석 타입은 static 해석이고 요소의 개수는 800개이다.

5. 결 과

5.1 압전 액츄에이터의 변위 계산

앞서 유도한 수식을 통해 각각 세 종류의 압전 액츄에이터 끝단 변위를 계산하였다. 치수 및 입력 전압, 물성은 유한요소법으로 계산할 때와 같은 값들을 이용했다. Table 4는 elastic layer의 두께가 0.1mm일 때 수식적 방법과 유한요소법으로 계산한 unimorph beam과 bimorph beam 압전 액츄에이터의 변위를 보여주며 5%미만의 오차를 가진다. 또한, bimorph beam의 끝단 변위가 unimorph beam의 끝단 변위보다 큰 값을 갖는다.

5.2 Elastic layer의 두께에 따른 압전 액츄에이터의 변위 계산

Figure 7은 앞서 유도한 unimorph beam, bimorph beam의 끝단 변위 식 (21), (26)에 대하여

Table 3. Size of piezoelectric actuators and input voltage

Components	Piezoelectric actuators
L [mm]	5
b [mm]	1
t_p [mm]	0.2
V [volt]	DC 150

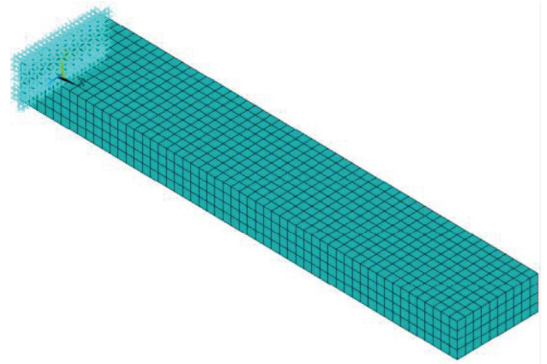
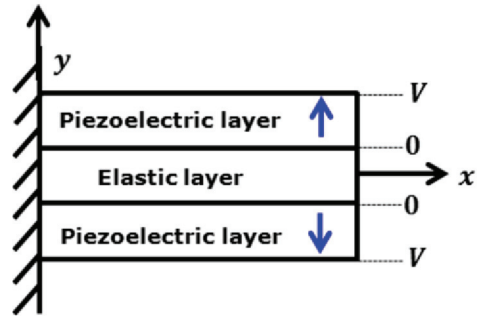
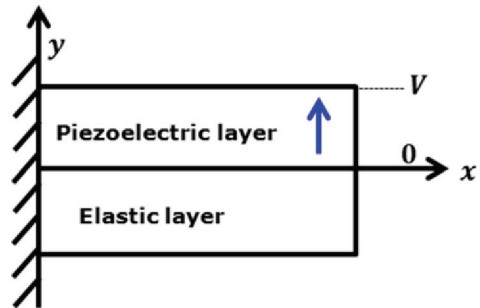


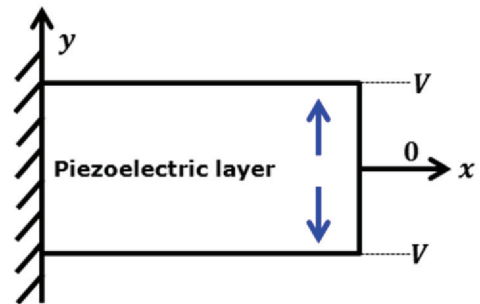
Figure 5. Finite element model of monomorph beam



(a) Bimorph beam



(b) Unimorph beam



(c) Monomorph beam

Figure 6. Polarization direction and voltage conditions of cantilever-type piezoelectric actuators

Table 4. Displacement of piezoelectric actuators

	Theoretical method [μm]	Finite element method [μm]	Error [%]
Unimorph	0.104	0.099	4.8
Bimorph	0.447	0.438	2.0

piezoelectric layer의 두께가 일정할 때 elastic layer의 두께에 따른 끝단 변위를 계산한 결과 그래프이다. Unimorph beam의 끝단 변위는 항상 bimorph beam의 끝단 변위보다 작고 특정 elastic layer의 두께일 때 최대 끝단 변위를 가지며 elastic layer의 두께가 0이 될 때 끝단 변위가 0mm 에 수렴하는 그래프 형상을 갖는다.

Bimorph beam의 끝단 변위는 elastic layer의 두께에 반비례하며 elastic layer의 두께가 0일 때 최대값을 갖는다. 이 때 elastic layer가 없어지고 monomorph beam이 되며 끝단 변위는 monomorph beam, bimorph beam, unimorph beam 순서로 큰 값을 갖는다.

6. 결 론

본 연구는 cantilever 구조를 갖는 unimorph beam, bimorph beam, monomorph beam 압전 액츄에이터 중 최대 끝단 변위를 갖는 모델을 판별하였다. 각 압전 액츄에이터의 끝단 변위식을 수식적으로 유도한 후 끝단 변위를 계산했고 유한요소법으로 검증하였다. Unimorph beam은 특정 elastic layer의 두께에서 최대값을 갖고 bimorph beam은

elastic layer 두께가 작을 수록 큰 변위를 가진다. 또한 같은 체적일 때 monomorph beam, bimorph beam, unimorph beam 순으로 큰 변위를 갖는다. 따라서 변위가 가장 큰 monomorph beam을 이용하여 외팔보 압전 액츄에이터를 제작하는 것이 동일 체적하에서 가장 큰 진동가속도를 가질 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) Jan G. Smits, Susan I, Dalke, Thomas K Cooney, 1990, The constituent equations of piezoelectric bimorphs, Sensors and Actuators. Vol. 28, pp. 41~61.
- (2) Qing-Ming Wang, L. Eric Cross., 1998, Performance analysis of piezoelectric cantilever bending actuators, Ferroelectrics. Vol. 215, pp. 187~213.
- (3) Der Ho Wu, Wen Tung Chien, Chih Jen Yang, Yu Tang Yen., 2004, Coupled-field analysis of piezoelectric beam actuator using FEM, Sensors and Actuators. Vol. 118, pp. 171~176
- (4) Michel Brissaud, 2004, Modelling of non-symmetric piezoelectric bimorphs, Journal of Micromechanics and Microengineering. Vol. 14, pp. 1507~1518.
- (5) J. Ajitsaria, S. Y. Choe, D. Shen, D. J. Kim, 2007, Modelling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation, Smart Materials and Structures. Vol. 16, pp. 447~454
- (6) Zhongtao Li, Limei Xu., Min Chen., Yue Xiao, 2010, Theoretical modeling of a circular piezoelectric actuator for micro-systems, IEEE. Vol. 2, pp. 511~515
- (7) J.H. Lim, J.H. Kim, 2003, Research for ultra precision linear motor by using piezo stack actuators, KSNVE, pp. 649~654

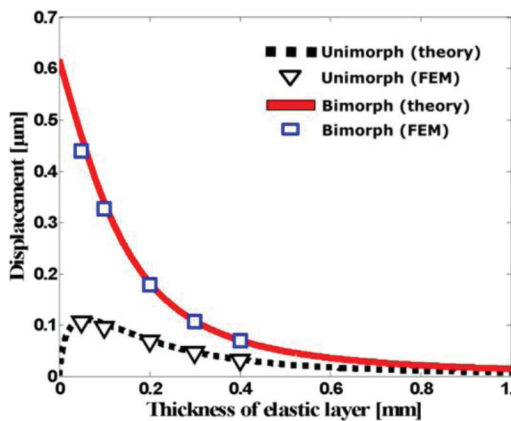


Figure 7. Displacement of piezoelectric actuators due to thickness of elastic layer