

# 자기장 및 열하중을 받는 복합재료 원통셸의 진동 및 안정성 해석

## Vibration and Stability of Composite Cylindrical Shells Subjected to Electromagnetic and Thermal Fields

박상윤† · 송오섭\* · 강성환\*\* · 서정석\*\*

Sang-Yun Park, Ohseop Song, Sung-Hwan Kang and Jung-Suk Seo

### 1. 서 론

원통셸은 굴뚝, 압력용기, 보일러를 비롯하여 항공기, 우주선, 원자로에 이르기까지 널리 사용되고 있다. 최근에는 구조물의 고강도화 및 경량화의 요구가 많아짐에 따라 복합재료의 개발과 보강재 사용이 증가되고 있다. 이에 따라, 복합재료 적층셸의 진동에 관한 연구가 국내외적으로 활발히 진행해 왔다. 최근에는 탄성(elasticity) 외에 탄성-열-자기-전기 등의 물리적 연성이 내재하는 다기능성 구조물(multifunctional structures)에 대한 연구에 관심이 많아지고 있어 셸 구조물의 동적 특성을 파악할 때, 탄성-열-자기-전기 등이 상호 연성된 특성도 고려해야 정확한 해석 및 설계가 이뤄질 수 있다.

본 연구에서는 자기장이 원통셸의 축방향으로 가해질 때, 반경대 길이 비의 차이가 고유진동수의 변화에 미치는 영향을 고찰하였다.

### 2. 운동방정식

#### 2.1 원통셸의 운동방정식과 경계조건

cross-ply 대칭 적층(symmetrically laminated) 조건을 만족하는 원통셸에 축 방향으로 자기장이 작용하고 셸의 내외부에 온도구배가 존재할 때의 운동방정식과 경계조건을 변위의 항으로 나타내면 식(1)와 같다.

$$A_{11}u_{1,11} + A_{12}\left(\frac{1}{R}u_{2,12} + \frac{1}{R}u_{3,1}\right) + A_{66}\left(\frac{1}{R}u_{2,12} + \frac{1}{R^2}u_{1,22}\right) - m_1\ddot{u}_1 = 0 \tag{1a}$$

$$A_{66}\left(u_{2,11} + \frac{1}{R}u_{1,12}\right) + A_{22}\frac{1}{R}u_{1,12} + A_{22}\left(\frac{1}{R^2}u_{2,22} + \frac{1}{R^2}u_{3,2}\right) - m_1\ddot{u}_2 + \int_{\alpha_3} f_2 d\alpha_3 = 0 \tag{1b}$$

$$A_{55}(\beta_{1,1} + u_{3,11}) + A_{44}\left(\frac{1}{R}\beta_{2,2} + \frac{1}{R^2}u_{3,22}\right) - \frac{1}{R}A_{12}u_{1,1} - A_{22}\left(\frac{1}{R^2}u_{2,2} + \frac{1}{R^2}u_3\right) - A_{11}^\alpha \Theta u_{3,11} - \frac{1}{R^2}A_{22}^\alpha \Theta u_{3,22} - m_1\ddot{u}_3 + \int_{\alpha_3} f_3 d\alpha_3 = 0 \tag{1c}$$

$$D_{11}\beta_{1,11} + D_{12}\frac{1}{R}\beta_{2,12} + D_{66}\left(\frac{1}{R^2}\beta_{1,22} + \frac{1}{R}\beta_{2,12}\right) - A_{55}(\beta_1 + u_{3,1}) - m_3\ddot{\beta}_1 = 0 \tag{1d}$$

$$D_{66}\left(\beta_{2,11} + \frac{1}{R}\beta_{1,12}\right) + D_{12}\frac{1}{R}\beta_{1,12} + D_{22}\frac{1}{R^2}\beta_{2,22} - A_{44}\left(\beta_2 + \frac{1}{R}u_{3,2}\right) - m_3\ddot{\beta}_2 + \int_{\alpha_3} f_2 \alpha_3 d\alpha_3 = 0 \tag{1e}$$

단순지지 경계조건과 고정단 경계조건은 아래 식 (1)과 (2)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} \cos \frac{m\pi}{L} x \sin n\theta \\ \sin \frac{m\pi}{L} x \cos n\theta \\ \sin \frac{m\pi}{L} x \sin n\theta \\ \cos \frac{m\pi}{L} x \sin n\theta \\ \sin \frac{m\pi}{L} x \cos n\theta \end{Bmatrix} q(t) \tag{2}$$

† 교신저자; 충남대학교 기계공학과 대학원  
E-mail : qkrtdb01@naver.com

Tel : (042)821-7620, Fax : (042)822-5642

\* 충남대학교 기계공학과

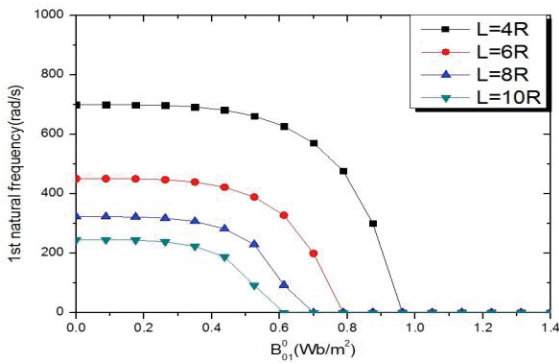
\*\* 충남대학교 기계공학과 대학원

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & \left[ 1 - \cos \frac{2m\pi x}{L} \right] \sin n\theta \\ & + \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta \end{aligned} \right\} q(t) \quad (3)$$

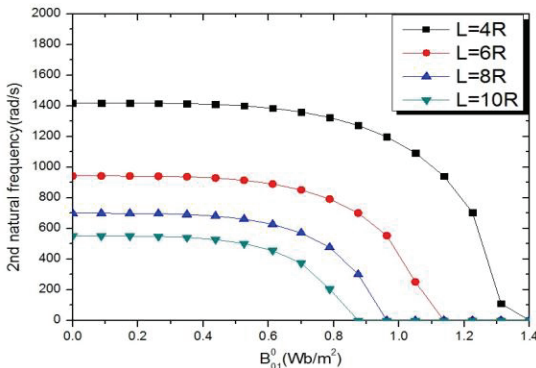
각 경계조건을 만족하는 각 식을 식(1)의 각 변위에 대입하여 이산화 된 진동방정식을 구한 후 고유치 문제를 풀면, 자기장 세기에 따른 원통셀의 동적 특성을 파악할 수 있다.

### 3. 수치해석 및 고찰

단순지지 경계조건에서 자기장이 축 방향으로 흐를 때 반대경 길이 비에 따른 1차 및 2차 고유진동수의 결과는 아래와 같다.



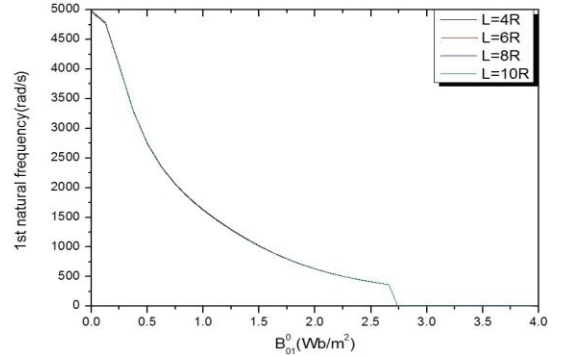
(a) 1<sup>st</sup> natural frequency



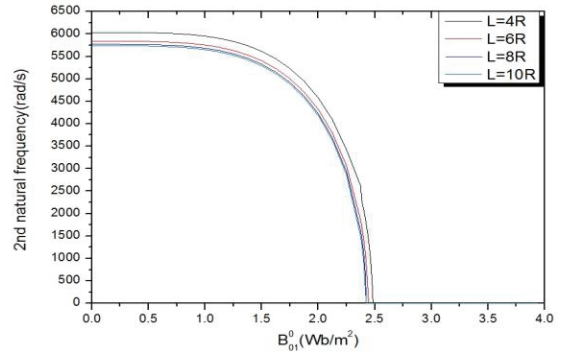
(b) 2<sup>nd</sup> natural frequency

Fig. 1 Variation of natural frequency with  $B_{01}^0$  for simply-supported boundary condition

고정단 경계조건에서 자기장이 축 방향으로 흐를 때 반대경 길이 비에 따른 1차 및 2차 고유진동수의 결과는 아래와 같다.



(a) 1<sup>st</sup> natural frequency



(a) 2<sup>nd</sup> natural frequency

Fig. 2 Variation of natural frequency with  $B_{01}^0$  for clamped boundary condition

### 3. 결 론

본 연구에서는 반경대 길이 비에 따른 원통셀의 동적특성 파악하였다. 두 경우모두 반경이 커질수록 고유진동수가 작아짐을 확인할 수 있었다. 또한, 단순지지 경계조건에서는 고유진동수가 0이 되는 지점이 1차와 2차 모두 약간의 차이를 가졌지만, 고정단 경계조건에서는 1차의 경우, 변화 경향이 거의 차이가 없었고, 2차에서는 약간의 차이를 보였다.

### 후 기

이 논문은 2011 년도 교육과학기술부(한국연구재단)의 지원을 받아 수행된 일반연구지원사업(기본연구)임 (20110027000)