

# 모달파라메타 추출을 위한 센서최적배치 연구

## The study of optimal sensor placement for estimation of modal parameters

정병규\* · 정의봉† · 김재호\*\*

Byung-kyoo Jung, Weui-bong Jeong and Jae-ho Kim

### 1. 서 론

구조물의 진동특성 규명은 제품의 설계 및 구조적 안전성, 그리고 품질 향상 문제와 관련하여 매우 중요하다. 이러한 구조물의 진동 특성을 규명하는 방법에는 유한요소법을 이용한 수치해석법과 실험적 방법이 있다. 해석적 방법은 실험적 방법에 비해 쉽게 고유진동수와 고유모드를 얻을 수 있다는 장점이 있으나, 모달 템핑을 추정할 수 없으며 실험적 방법에 비해 정확도가 떨어진다는 문제가 있다. 반면, 실험적 방법은 보편적으로 impact test를 통해 모달 파라메타를 추정하는데, 시간적 측면에서 많은 비용이 소요된다. 이에 해석에서 얻은 모드벡터 정보를 이용하여 최적의 센서 위치를 찾아 모달 파라메타를 얻고자 하는 연구가 이루어져 왔다. 대표적인 연구로는 통계학적 기법을 이용하여 최적의 센서 위치를 찾은 EFI-DPR, EVP와 최적화 알고리즘을 이용하여 최적 배치점을 찾는 유전자 알고리즘이 있다.

본 논문에서는 다양한 센서최적배치 기법들을 이용하여 수치해석으로 얻은 주파수 응답결과로부터 단순지지 평판 구조물의 고유진동수 및 모달 템핑을 추정하고자 한다.

### 2. 센서최적배치

#### 2.1 통계학적 기법을 이용한 센서최적배치

EFI-DPR 방법은 Kammer(1991)가 고안한 EFI (effective independence)와 Imamovic(1994)이 고안

한 ADPR(average driving point residue)을 결합한 방법으로 아래의 식(1)과 같다.

$$EFI-DPR_i = diagonal([E])_i \times \sum_{j=1}^n \frac{\psi_{ij}^2}{\omega_j} \quad (1)$$

(where,  $[E] = [\psi] ([\psi]^T [\psi])^{-1} [\psi]^T$ )

여기서, 하첨자  $i$ 는 FEM에서의 절점이나 센서의 위치를 나타내며  $j$ 는 고유모드 번호,  $n$ 은 타깃 모드의 수를 의미하며  $[\psi]$ 는 고유모드 행렬이다. 위 방법은 타깃모드에 대한 모달 파라메타의 선형독립성을 유지하면서 높은 에너지를 가진 부분을 최적의 센서 위치로 찾는 방법으로 값이 큰 지점을 기준으로 센서를 배치하게 된다.

EVP(eigenvalue vector product) 방법은 에너지를 기반으로 한 센서최적배치 방법으로 정의는 아래의 식(2)와 같다.

$$EVP_i = |\psi_{i1}| \times |\psi_{i2}| \times \dots \times |\psi_{in}| = \prod_{j=1}^n |\psi_{ij}| \quad (2)$$

위 방법은 센서의 위치가 진동모드의 노달 라인(nodal lines)에 배치되는 것을 막기 위해 고안된 방법으로 EFI-DPR과 동일하게 큰 값을 기준으로 센서의 최적배치점을 찾게 된다.

#### 2.2 유전자 알고리즘을 이용한 센서최적배치

유전자 알고리즘(genetic algorithm)은 다양한 분야의 문제에서 사용되는 최적화 알고리즘 중 하나로 자연의 진화현상을 모방한 기법이다. 유전자 알고리즘은 최적화 기법의 목적함수와 유사한 fitness function의 정의가 필요한데, 본 논문에서 센서의 최적배치를 위해 사용한 fitness function은 모드벡터

† 교신저자; 부산대학교 기계공학부  
E-mail : wbjeong@pusan.ac.kr  
Tel : (051)510-2337, Fax : (051)517-3805

\* 부산대학교 대학원 기계공학부

\*\* 국방과학연구소

로 구성된 행렬의 조건수(condition number)를 최소화하는 함수로서 아래의 식(3), (4)와 같다.

$$Fitness\ function = (cond[\psi])^{-1} \quad (3)$$

여기서  $cond[\psi]$ 는 고유모드 행렬( $[\psi]$ )의 조건수를 나타낸다.

### 2.3 센서최적배치 결과

앞 절에서 언급한 센서최적배치법을 평판모델에 적용하여 8점의 최적배치점을 찾아보았다. 아래의 Fig.1은 각 방법에 따른 최적배치점을 나타낸다.

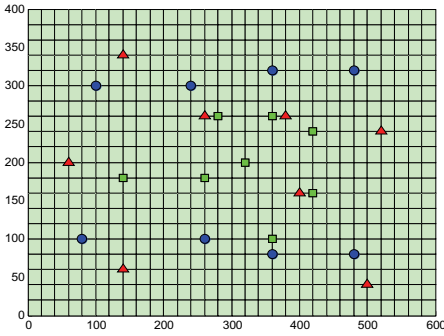


Fig.1 Optimal sensor placement

(■ : EFI-DPR, ● : EVP, ▲ : Genetic algorithm)

여기서 ■로 표기한 것이 EFI-DPR, ●이 EVP, 그리고 ▲가 유전자 알고리즘(GA)을 이용하여 얻은 최적의 센서배치점을 나타낸다.

### 3. 모달 파라메타 추출

2장에서 얻은 센서의 최적배치점을 바탕으로 해석으로 얻은 FRF로부터 고유진동수와 고유모드, 모달 댐핑을 추정해보았다. 모달 파라메타의 추출에는 LSCF(least square complex frequency)을 사용하였으며, 추정된 값의 검증을 위해 수치해석의 결과를 이용하였다. 고유모드의 경우는 Auto-MAC(modal assurance criterion)을 이용하여 비대각 요소의 합을 수치적으로 나타내었으며, 정리한 결과는 아래의 Table 1~3와 같다.

Table 1 Comparison of natural frequency (Hz)

| Mode     | 1st    | 2nd    | 3rd     | 4th     | 5th     |
|----------|--------|--------|---------|---------|---------|
| Analysis | 43.685 | 84.046 | 135.254 | 151.878 | 175.241 |
| EFI-DPR  | 43.686 | 84.045 | 135.259 | 151.884 | 175.221 |
| EVP      | 43.685 | 84.046 | 135.253 | 151.888 | 175.220 |
| GA       | 43685  | 84.046 | 135.254 | 151.879 | 175.239 |

Table 2 Comparison of modal damping (%)

| Mode     | 1st   | 2nd   | 3rd   | 4th   | 5th   |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Analysis | 0.664 | 0.282 | 1.761 | 1.950 | 1.193 |
| EFI-DPR  | 0.666 | 0.282 | 1.763 | 1.943 | 1.186 |
| EVP      | 0.663 | 0.282 | 1.758 | 1.940 | 1.181 |
| GA       | 0.664 | 0.282 | 1.761 | 1.949 | 1.190 |

Table 3 Sum of off-diagonal of Auto-MAC

|                                | Analysis | EFI-DPR | EVP    | GA     |
|--------------------------------|----------|---------|--------|--------|
| $\sum Auto-MAC$<br>(Mode=1~5)  | 0.0      | 1.670   | 0.0944 | 0.3585 |
| $\sum Auto-MAC$<br>(Mode=1~10) | 0.0      | 9.2567  | 4.5553 | 3.2866 |

Table 1과 2에서 보이는 결과와 같이 고유진동수와 모달 댐핑의 경우, 수치해석과의 오차가 최대 1% 정도로 상당히 유사한 값으로 추정됨을 살펴볼 수 있다. 그러나 Auto-MAC을 이용한 고유모드의 경우, 직교성이 잘 성립되는 EVP와 GA는 값이 작게 나타나지만 EFI-DPR는 값이 크게 나타나며 모드백터가 잘 표현되지 못했음을 짐작할 수 있다. 그리고 모드 차수의 증가에 따라 값이 달라지며 고차모드가 고려되는 경우 GA가 EVP보다 더 좋은 결과를 나타냄을 살펴볼 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 센서최적배치 기법인 EFI-DPR, EVP, 그리고 GA를 이용하여 평판모델에 대한 최적의 센서 위치를 예측해보았다. 그리고 이를 바탕으로 모달 파라메타를 추정하여 수치해석 데이터를 비교해 보았다. 비교 결과, 고유진동수와 모달 댐핑의 경우는 최대 1% 이내의 오차를 보였으나, 고유모드의 경우 GA의 결과가 다른 두 최적기법에 비해 상당히 좋은 결과를 보임을 살펴볼 수 있었다.

### 후 기

이 연구는 국방과학연구소의 지원을 받아 수행된 연구(No. UD110035DD)입니다.