

# 축방향 이송링크 횡방향 진동해석

## Analysis of Lateral Vibration for Aiaally Moving Link

신헌섭\* · 임성수\*†

HeonSeop Shin\* and Sungsoo Rhim\*†

### 1. 서 론

축방향으로 움직이는 로봇 링크는 workspace 확장에 효율적이기 때문에 적용분야가 넓어 LCD와 LED, 솔라셀 이송장치 등 다양한 분야에서 활용되고 있다. 하지만 최근 로봇에게 요구되는 경량화, 고속화로 인해 생기는 진동문제는 링크의 길이가 길고 두께가 얇은 축방향 이송링크 시스템에서 더욱 심하게 나타난다.

축방향으로 이동할 때 링크의 끝단이 횡방향으로 진동하는 문제를 해석 및 제어하기 위해 많은 연구가 진행되었지만, 현재까지 연구에서는 링크가 일정한 속도로 이동한다는 가정하에 수학적 모델을 제시하였다. 본 논문에서는 링크 시스템의 수학적 모델을 구현하여 축방향 힘이 횡방향 진동에 미치는 영향을 수학적으로 근사화하여 표현하였다.

### 2. 모델링 및 해석

#### 2.1 수학적 모델

시스템은 그림 1과 같이 prismatic joint에 링크가 고정되고 끝단은 자유단 형태로 진동한다. 중력의 영향으로 정적처짐이 발생되었을 때 joint가 축방향으로 움직이면서 링크가 상하 진동하게 된다. 회전관성을 무시하는 Euler-Bernoulli Link 기준으로 그림 2와 같이 링크 내 하나의 element에 가해지는 힘과 모멘트는 다음과 같이 정리된다.

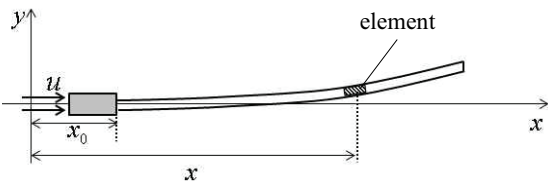


Fig. 1 Schematic of a Link system

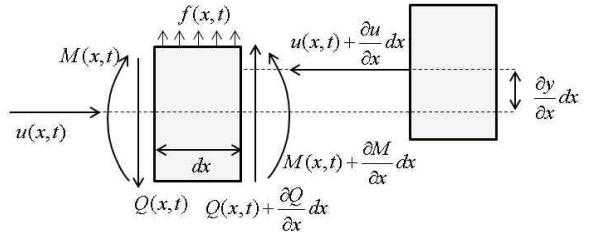


Fig. 2 Forces and moments acting on an infinite element

$$\begin{aligned}
 F_x : u(x,t) - (u(x,t) + \frac{\partial u}{\partial x} dx) &= m dx \frac{d^2 x}{dt^2} \\
 F_y : (Q(x,t) + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) - Q(x,t) + f(x,t) dx &= m dx \frac{d^2 y}{dt^2} \\
 M_z : (M(x,t) + \frac{\partial M}{\partial x} dx) - M(x,t) + (Q(x,t) + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) dx \\
 &+ f(x,t) \frac{dx^2}{2} + (u(x,t) + \frac{\partial u}{\partial x} dx) \frac{\partial y}{\partial x} dx = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}, (2), (3)$$

여기서  $u = \frac{U_0}{L}((x_0 + L) - x)$

식 (1)으로부터  $x_0(t)$ 를 알 수 있다.

$$x_0(t) = -\frac{1}{2m} u_x t^2 \tag{4}$$

식 (2)와 (3)을 통해 다음과 같이 전개된다.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + EI \frac{d^4 y}{dx^4} + u(x,t) \frac{d^2 y}{dx^2} + u_x(x,t) \frac{dy}{dx} = f(x,t) \tag{5}$$

여기서  $f(x,t)$ 는 중력을 나타낸다. 식 (5)는  $u(x,t)$ 와  $u_x(x,t)$ 가 있어 비선형방정식이지만 shape function  $\phi$ 는  $u, u_x$ 에 의해 영향을 받지 않는다고 가정을 하고 해를  $x$ 와  $t$ 에 의한 함수로 표현할 수 있다고 가정한다면 식 (6)와 같은 변수분리방법을 통해 식 (7)와 같은 shape function의 특성방정식을 구할 수 있다.

$$y(x,t) = \alpha(t)\phi(x) \tag{6}$$

$$\phi_{xxxx} - \lambda\phi = 0 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 \phi(x_0(t)) = 0, \quad \phi_x(x_0(t)) = 0, \\
 \phi_{xx}(x_0(t) + L) = 0, \quad \phi_{xxx}(x_0(t) + L) = 0
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

† 교신저자 소속 : 경희대학교 기계공학과  
E-mail : ssrhim@khu.ac.kr  
Tel : 031-201-3248  
\* 저자 소속 : 경희대학교 기계공학과

$\phi$ 의 경계조건은 식 (8)와 같고 식 (9)와 같이  $\phi$ 은  $x$ 뿐만 아니라 시간에 대한 함수이다.

$$\phi = \phi(x, t) \quad (9)$$

특성방정식 식 (7)을 만족하는 해를 경계조건을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\phi_r(x, t) = A_r(\sin\beta_r(x - x_0(t)) - \sinh\beta_r(x - x_0(t)) - h_r(\sin\beta_r(x - x_0(t)) - \sinh\beta_r(x - x_0(t))) \quad (10)$$

$$\text{여기서 } h_r = \frac{\sin\beta_r L + \sinh\beta_r L}{\cos\beta_r L + \cosh\beta_r L}, \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

## 2.2 근사해법

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n(t) \phi_n(x) \quad (11)$$

시간에 대한 함수  $\alpha(t)$ 를 구하기 위해 식 (11)와 같은 근사해법을 적용하면 식 (5)는 아래와 같이 전개된다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\ddot{\alpha}_n(t) \phi_n(x, t) + (2\dot{\phi}_{n,t}(t) + \frac{\nu}{m} \phi_n) \dot{\alpha}_n(t) + (\phi_{n,tt}(x, t) + \frac{\nu}{m} \phi_{n,t}(x, t) + \frac{EI}{m} \phi_{n,xx} + \frac{u_x}{m} \phi_{n,x}) \alpha_n(t)) = \frac{f(x, t)}{m} \quad (12)$$

식 (12)의 양변에  $\phi_m$ 을 곱한 후  $x_0$ 부터  $x_0(t) + L$ 까지 적분하면 다음과 같은 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \ddot{\alpha}_m + \left( \frac{\nu}{m} - \dot{x}_0(t) \phi_m^2(x_0(t) + L) \right) \dot{\alpha}_m + \left( -\frac{1}{2} \dot{x}_0(t) \phi_m^2(x_0(t) + L) \right. \\ & \quad \left. - 2\dot{x}_0(t) \phi_m(x_0(t) + L) \phi_{m,t}(x_0(t) + L) - \int_{x_0(t)}^{x_0(t)+L} \phi_{m,t}^2 dx \right. \\ & \quad \left. - \frac{\nu}{2m} \dot{x}_0(t) \phi_m^2(x_0(t) + L) + w_m^2 - \int_{x_0(t)}^{x_0(t)+L} \frac{u}{m} \phi_{m,x}^2 dx \right) \alpha_m \\ & = \frac{1}{m} \int_{x_0(t)}^{x_0(t)+L} f(x, t) \phi_m dx - 2 \sum_{n=1, n \neq m}^{\infty} \dot{\alpha}_n \int_{x_0(t)}^{x_0(t)+L} \phi_{n,t} \phi_m dx \\ & \quad - \sum_{n=1, n \neq m}^{\infty} \alpha_n(t) \int_{x_0(t)}^{x_0(t)+L} \left( (\phi_{n,tt} + \frac{\nu}{m} \phi_{n,t}) \phi_m - \frac{u}{m} \phi_{n,x} \phi_{m,x} \right) dx \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\nu$ 는 감쇠요소이고 위 식 (13)에서 축방향 힘  $u(t)$ 에 의해서 링크가 횡방향 거동에 미치는 영향을 나타내는 부분은  $\dot{x}_0(t), \ddot{x}_0(t)$ 이 포함된 항이며, 이는  $\alpha(t), \dot{\alpha}(t)$ 에 곱해져 있는 것을 알 수 있다. 즉, 축방향 힘이 베이스에 가해질 때 링크의 configuration 및 횡방향 운동속도에 따라 다르게 적용하는 것을 식 (13)을 통해 알 수 있다.

## 3. 결 론

축방향 운동링크의 근사모델을 이용하여 운동방정식 유도하였고 이를 통해 축방향 힘이 종방향 진동에 미치는 영향을 수학적으로 해석하였다 그 결과, 축방향 구동력이 링크의 횡방향 운동에 미치는 영향은 링크의 configuration과 운동상태에 따라 달라짐을 확인 할 수 있었다. 추후 유도된 운동방정식을 기반으로 수치해석

프로그램을 생성하여 축방향 구동력에 의한 링크의 횡방향 진동현상을 재현할 예정이며, 시뮬레이션 결과와 실제 실험결과와 비교할 계획이다.

## 후 기

본 연구는 지식경제부의 ‘솔라셀 제조 공정용 로봇시스템 개발’ 연구과제(과제번호 20121093)의 지원으로 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Jer-Rong Chang, Wei-Jr Lin, Chun-jung Huang and Siu-Tong Choi, 2010, "Vibration and stability of an axially moving Rayleigh beam" *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 34, pp. 1482~1497.
- (2) P. K. C. WANG and Jin-Duo WEI 1987, "Vibration In A Moving Flexible Robot Arm" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 116, No 1, pp. 149~160.