# 좌표상의 점에 관한 사유에 대한 연구

## A Study on the thought about a point on coordinates

윤 호 창
SCCA

Youn Ho-chang
SCCA

요약

고대부터 수의 존재론적 논의는 이어 왔으며 해석기하학의 발달로 수는 좌표상의 점으로 인식하게 되었다. 본 논문에서는 '좌표 상의 수는 존재하는 것인가', '어떻게 인식하여야 하는가'에 대한 고찰과 함께 좌표 위의 점 즉 수를 인식하는 자와 좌표 상의 수에 대한 상호 작용을 통한 인식을 제안 하고자 한다.

## I. 서론

수학에서 좌표계의 발달로 기하학은 대수적 관계로 환원되었으며 죄표계에서 점은 수를 나타내게 되었다. 이러한 점의 의미에 대해서 철학적 고찰과 함께 점을 관찰하는 사람과 좌표축의 점의 관계를 비례적 관계로 파악하여 인식하는 것을 제안하고자 한다.

## Ⅱ. 철학사적 사유와 수학철학

철학적 사유는 수학의 발견과 발달에 밀접한 관련이 있다[1]. 이는 수학사를 통해서는 잘 나타나는데 동서양의 철학적 토양과 수학철학에 대해 살펴 보고자 한다.

### 2.1 동양 철학과 서양 철학의  사유 특징

동양의 중국 황하는 과거 3천년 동안 2년에 한번 꼴로 일어난 부정기적인 홍수로 물과의 도전과 응전으로 자연 속에서 천명(天命)사상을 비롯한 일종의 불가지론 등의 중국적인 기본 관념이 형성되었다. 중국은 모든 현상의 본질을 꿰뚫어 본다는 의욕보다는 변화무쌍한 현상을 설명하고 눈에 보이지 않는 요인을 생각하기에 이르고 궁극적으로 기(氣)라고 생각하였다[1]. 서양의 그리스는 규칙적인 기후 아래 해마다 예상된 양만큼 수확할 수 있었고 자연은 규칙적이어서 인간은 자연환경에 대응할 수가 있었다. 자연은 합리적이며 그 속에 규칙성을 발견할 수 있다는 신념이 그리스 정신의 특성으로 정착하였다[1].

### 2.2 존재론과 수학철학

보편자의 문제는 고대철학으로부터 맥을 이어온 문제로 플라톤의 이데아론으로 부터 아리스토텔레스에 이어, 중세에는 이와 관한 주요 쟁점들은 실재론, 개념론, 유명론으로 불리어졌다. 이런 보편논쟁은 20세기 현대의 수학철학에서 논리주의, 직관주의, 형식주의라는 이름으로 논의 되었다[2].

## Ⅲ. 점에 대한 인식

### 3.1 피타고라스의 점의 사유

그리스에서 점에 대한 정의를 처음으로 사용한 것에 대한 기원은 피타고라스 학파였다. 그들은 점을 "위치가 있는 단자(monad)" 또는 "단자에다 위치를 더한 것"이라고 정의하였다[3].

### 3.2 아리스토텔레스의 점의 사유

아리스토텔레스는 피타고라스의 점에 대한 정의를 사용하거나(De anima), 또는 이와 동등한 정의를 사용하였는데 아리스토텔레스가 쓴 Metaphsica를 보면 양에 대해서 또는 양으로서 절대 쪼갤 수 없으며 위치가 있는 것이 점(point)이라고 한 것을 보면 알 수 있다[3].

### 3.3 유클리드의 점에 대한 정의

유클리드의 기하학 원론 제1권은 평면기하를 다루고 있으며 점에 대해서는 '점은 부분이 없는 것이다', '선의 끝은 점이다.' 라고 정의 하고 있다[4].

### 3.4 점에 대한 인식의 어려움

아리스토텔레스는 한없이 작아서 쪼갤 수 없는 점에서, 유한한 크기의 쪼갤 수 있는 양으로 넘어가는 과정을 설명하는 것의 어려움을 깨달았다. 점이란 쪼갤 수 없으며, 점을 아무리 많이 모으더라도 쪼갤 수 있는 어떤 양이

될 수 없다는 것이다[3]. 유클리드의 정의도 부분이 없다라는 것은 즉 점이란 크기가 없고 위치만 있다는 말로 '크기가 없다'라는 것을 상상하는 것은 일반인에게 쉽게 이해하기 어려움이 있다[4].

# Ⅳ. 좌표와 무한

## 4.1 좌표의 발달과 공간의 의미

데카르트는 1637년 소위 해석기하학이라는 새로운 수학의 분야를 소개함으로써 수학의 두 분야인 해석학과 기하학을 연결하는 업적을 남겼다. 유클리드 기하학에서는 맨 처음 존재하는 것은 도형이었지만 '좌표 기하학에서는 공간이 먼저 존재한다'는 것이 차이점이다. 공간에 좌표를 끌어 들이고 도형과 수를 결합시켜 도형을 '수의 계산'이라는 수단에 의해 연구 할 수 있게 되었고 대수학의 영역에 속하는 방정식도 도형으로 나타낼 수 있게 되었다 또한 좌표의 공간은 무한으로 전제를 하고 있다[4].

## 4.2 수에서 무한과 유한의 관계

칸토르는 유한한 선분에 무한의 수가 있다고 하였다. 이는 무한이 곧 유한 일 수 있고 유한이 무한 일 수 있다는 것이다. 이는 수가 나타날 때 유한과 무한의 두 가지 양태로 나타날 수 있음을 보인다고 할 수 있다.

# Ⅴ. 본론

좌표상에서 수는 점으로 표현되고 이러한 점의 인식에 있어 관찰자와 점의 상호 관계로서 파악하기 위해서 제안하기로 한다. 이를 위해서 요소에 대한 나열, 좌표상의 점에 대한 가정, 관찰자와 점의 상호작용에 대해 설명하도록 한다.

## 5.1 좌표상의 점의 인식에 대한 요소

인식을 위한 요소의 집합은 {관찰자, 좌표, 점, 수, 의식, 비율, 관찰한다, 찍다} 으로 나열한다.

## 5.2 좌표상의 수와 점에 대한 가정

관찰자와 점의 상호 작용을 위한 가정은 다음과 같이 한다.
1) 좌표상의 수는 점으로 환원 된다. 2) 점은 부분이 없는 0차원이다. 3) 점은 존재 한다. 4) 점은 관찰 된다. 5) 점이 능동적으로 움직이게 하는 것을 의식이라 한다. 6) 수는 존재 양식이 무한 유한의 2가지를 가진다.

## 5.3 움직이는 점

앞에서 수는 무한과 유한의 두 가지 표현 양식이 있다고 하였으며 좌표상의 수 0.999...는 1과 같다고 하였다. 좌표상에 수는 점으로 표시되는데 0.999...는 좌표상에서 더 작은 자리 수의 9를 향해 무한히 이동하게 된다. 이는 점이 지속적으로 움직이거나 좌표상에 고정점으로 찍히지 못하고 그 찍힘을 보류하고 있다고 볼 수 있다.

## 5.4 찍을 수 없는 점에 관한 사유

수 0.999...의 표현은 점이 좌표상에서 고정되어 찍힐 수 없음을 의미한다. 찍을 수 없는 점은 좌표상에서 존재한다고 할 수 있는가? 가정에서 '점은 존재한다'와 '점은 관찰된다' 라는 참이기 위해서는 점을 좌표상에 찍을 수 있어야 하며 관찰되어야 한다.

## 5.5 관찰가능하고 존재하는 0차원 점의 조건

좌표상에서 점이 인식되기 위해서는 관찰자가 관찰할 때 관찰자의 수준에 따라 점이 찍혀야 하며 부분이 없는 점이 0차원으로 유지하기 위해서는 좌표를 확대해서 보려 할 때  점은 같은 비율로 줄어야 한다. 그 이유는 좌표상의 점을 관찰자가 보면 0차원으로 인식 되나 좌표를 확대 하면 점은 2차원의 면적을 갖게 된다. 이는 부분이 없다는 0차원의 점의 정의에 위배가 되기 때문이다.

## 5.6 관찰자와 점의 상호작용

점이 존재한다고 할 때 이 가정을 만족하기 위해서는 관찰자의 의식 속에 있는 확대 속도와 점의 축소가 같은 비율이 되어야 한다. 이는 수로 이야기하면 무한히 나가는 수의 경우 그 나아가는 속도와 그 수를 보는 속도가 같아야 된다는 것을 의미한다. 예를 들어 극한의 경우 무한히 어떤 수에 가까워 질 경우 단순히 수에 가까워지는 것이 아닌 가까워지는 속도에 대해서 고려하고 이 때 점의 능동적 움직임을 점 의식의 작용으로 점을 객체화 하였다.

# Ⅵ. 결론

좌표상의 점을 의식이 있는 객체로 인식하고 관찰자와의 상호작용을 통한 존재와 관찰이 가능하다고 제한하였다.

## ■ 참 고 문 헌 ■

[1] 김용운, "수학의 철학적 사유", 대한수학회 연차대회, 1983.10.29
[2] 강정현, "콰인과 보편논쟁", 철학과 석사학위 논문, 이화여자대학교, 서울, 1983.
[3] 유클리드, 토마스 히드, 기하학 원론(평면기하), trans. 이무현, 교우사, 1999
[4] 김용운.김용국, "도형 이야기", 도서출판우성, 서울, 1996