

## 초음속 유동을 통한 EDISON 성능 평가

Evaluation of EDISON's performance through supersonic flow analysis

정경선<sup>1\*</sup>, 신영진<sup>1</sup>  
한양대학교 기계공학부<sup>1</sup>

## 초 록

이번 연구에서는 de Laval nozzle를 이용하여 다양한 유체해석 모델과 프로그램을 비교하여 그 성능을 파악하였다. de Laval nozzle은 eigenvalue에 의해 eigenvector값이 '-'와 '+'값을 동시에 갖는 물리현상을 내포하고 있으며, 압력조건에 따라 내부에서 Normal shock이 발생하게 된다. 이러한 non-linearity를 현재 우리가 주로 사용하고 있는 상용프로그램(cfx, fluent)과 EDISON, 직접 코딩한 프로그램(Matlab이용)이 얼마나 잘 표현하는지 알아보았다. 그 결과 Van Leer Vector Splitting을 이용할 경우 물리현상을 제일 잘 표현 하였다. 또한 난류 유동(Turbulence flow)을 고려하게 될 경우, Mesh가 Boundary layer를 표현할 정도로 정밀하지 못하다면 제대로 된 해석 결과를 얻을 수 없었으며, Wall 근처에서 Non-slip condition에 의해 Vortex가 형성되고, 이 Vortex가 Back flow를 유도하여 해가 수렴하는데 방해가 하게 됨을 알 수 있었다. 이를 방지하기 위해서는 유동이 잘 표현될 수 있도록 적절한 Computational environment를 형성해 주는 것이 매우 중요하다.

Key Words : 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics), 초음속유동(Supersonic Flow)

## 1. 서 론

유체역학에서 사용되는 지배 방정식(주로 Navier-Stoke's equation)은 비선형 편미분 방정식(Nonlinear Partial Differential Equation)을 포함하기 때문에 해석적인 방법으로 푸는 것이 불가능하다. 따라서 우리는 유동해석을 위해 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics)를 도입할 수밖에 없다. 이러한 전산유체역학은 기본적으로 근사치를 이용해 해를 구하기 때문에 실제적인 현상을 얼마나 잘 표현 할 수 있는지 파악 하는 과정이 매우 중요하다. 현재 우리가 사용하는 EDISON은 2008년부터 상용화 되어 있는 Web-based CFD프로그램이며, 이에 대한 성능평가는 아직 제대로 이루어져 있지 않은 상태이다. 정영진 등<sup>(1)</sup>이 수행한 논문에서는 EDISON의 성능 평가 보다는 사용의 편의에 비중을 두고 서비스 만족도를 분석하였으며, 이종숙 등<sup>(2)</sup>이 수행한 논문에서도 EDISON의 활용 적 측면에서만 접근하였다. 또한 서비스 만족도 분석을 위해 실시한 설문 조사의 응답자 대부분이 학부 3,4학년생이었다. 전산유체역학을 접하는 대부분의 학부생이 접하는 주제가 비압축성 유동에 국한 되어 있기 때문에, 좀 더 고등이론이 적용된 물리현상에 대한 성능평가 또한 필요하다. 따라서 압축성유동에서 가장 쉽게 접할 수 있는 de Laval nozzle 해석을 통해 EDISON의 성능을 평가해 보았다. 특히 de Laval nozzle의 경우 천이영역(Transonic)에서 유체가 흐르기 때문에 nozzle내부에서 편미분방정식의 특성방정식의 종류가 바뀌게 되며, 이에 따라 Eigen vector값이 '-'값과 '+'값을 동시에 가지므로 상당한 비선형적인 성격을 보인다. 따라서 EDISON의 성능평가에 매우 적합한 과제라고 판단되어 선정을 하였다.

## 2. 본 론

### 2.1.1 이론

EDISON의 성능평가를 위해 사용될 프로그램은 Matlab을 이용해 직접 작성한 Quasi-1D In-house Program과 Ansys에서 제공하는 cfx, fluent이며, 이들의 값을 NACA1135에서 제공하는 Analytic Solution과 Table을 이용해서 검증하였다. Quasi-1D In-house Program을 작성하는 데에는 다음과 같은 Quasi-1D Euler Equation이 사용되었다.

$$\frac{\partial SQ}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial x} H = 0 \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e \end{bmatrix}, E = S \begin{bmatrix} \rho u^2 \\ \rho u^2 + p \\ (\rho e + p)u \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

cfx와 fluent에 사용된 지배방정식은 2D Euler equation과

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e + p)u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix} \quad (4)$$

Navier-Stoke's Equation(층류해석), Reynolds Average Navier-Stoke's Equation(난류해석)이 사용되었고 다음과 같다.

$$\rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{T_{ij}} - \overline{\rho v_i v_j}) \quad (6)$$

여기서 (6)번식의 마지막 부분  $\overline{\rho v_i v_j}$  (Reynolds Stress)를 풀기위해 k-ε model, SST k-ω model, BSL, SSG Reynolds Stress model을 사용하였다. In-house Software의 경우 Finite Differential Method를 이용하였으며 Mac-Cormack, Van Leer Vector Splitting Scheme<sup>(3),(4),(5),(6)</sup>을 적용하여 계산을 수행하였고, cfx와 fluent는 SIMPLE(Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation)을 기준으로 계산하였다.

위와 같이 전산유체역학을 통해 얻은 데이터는 NACA1135에서 제공하는 Isentropic flow의 Analytic solution과 비교를 하였고 그 solution은 다음과 같다.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \right] \quad (7)$$

$$\frac{P}{P_0} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad (8)$$

### 2.1.2 사용 모델과 Boundary condition

Figure1은 이번 논문에서 사용된 de Laval nozzle의 형상을 보여주고 있다. 자세한 크기는 Table 1에 나타내었다. 또한 해석의 편이를 위해 de Laval Nozzle의 경우 축대칭을 가정한 후, Inlet stagnation pressure condition, Outlet static pressure condition을 부여하였고, 자세한 Boundary condition은 Table 2에 적혀 있다. EDISON의 경우 Inlet boundary condition에서 Stagnation pressure를 부여할 수 없었기 때문에 Pressure Outlet condition을 Inlet에 부여하였다. de Laval nozzle의 경우 converging section에서 Normal shock의 관찰하기 위해 NPR(nozzle pressure ratio로써 입구에서의 stagnation pressure와 출구에서의 static pressure의 비를 의미한다.)를 1.35로 주었다.

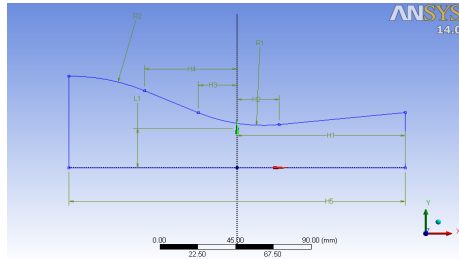


Fig. 1. de Laval nozzle

Table 1. Geometrical data

|          | H1    | H2   | H3   | H4   | H5    | L1   | R1   | R2    |
|----------|-------|------|------|------|-------|------|------|-------|
| de Laval | 100mm | 25mm | 23mm | 55mm | 200mm | 25mm | 95mm | 110mm |

### 2.1.3 정확도 검증 방법

학교에서 배운 지식과, 경험적인 사실로부터 우리는 격자의 크기와 난류모델이 유동의 양상에 큰 영향을 미친다는 사실을 알고 있다<sup>(7)</sup>. 따라서 de Laval nozzle의 경우 추출된 데이터를 검증하는 방법으로 다음과 같은 두 가지 방법을 사용한다.

첫째로 Euler equation을 기반으로 하는 Inviscid flow를 기준으로 격자의 크기를 각각 10mm, 5mm, 1mm, 0.8mm로 줄여가면서 Mach number의 변화 양상을 살펴보고, 그 값을 NACA1135에서 얻은 값과 비교한다.

둘째로 1mm격자 크기를 기준으로 각 난류모델별 값을 비교하여 데이터를 분석한다. 이때 Boundary layer의 영향을 고려하여, Mesh에서 Inflation이 추가된 Unstructured mesh와 Inflation이 없는 Structured mesh를 비교하여 Wall근처에서의 격자수가 결과 값에 미치는 영향을 파악해 보도록 한다.

### 2.2.1 Euler equation based analysis

Flow 형태의 가장 기본인 Inviscid flow를 기준으로 다음과 같은 해석틀을 이용하여 결과 값을 비교해 보도록 한다. 또한 cfx와 fluent의 경우 Inviscid flow를 표현하기 위해 wall를 slip condition으로, flow의 형태를 Laminar와 Inviscid로 각각 부여 하였다.

### 2.2.2 Quasi 1D In-house software data

Quasi 1D 해석을 하기 위해 Mac Cormack, Van Leer Vector Splitting Scheme을 이용하여 직접 Euler equation을 계산하였다. Mac Cormack Scheme의 경우, 값이 Shock근처에서 진동하는 것을 막기 위해 Artificial viscosity term<sup>(7)</sup>을 적용하였다. 계산 결과 Normal shock의 생성 위치는 Mac Cormack Scheme과 Van Leer Vector Splitting Scheme 모두 중앙으로부터 60mm 위치에서 발생하였으며, Mach number는 각각 1.83과 1.75 이다.

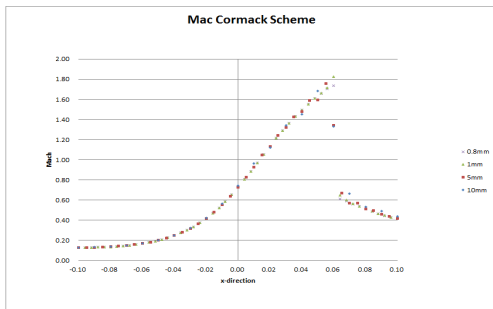


Fig. 2. Mac Cormack Scheme

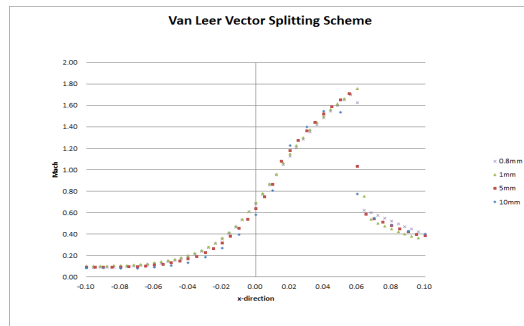


Fig. 3. Van Leer Vector Splitting Scheme

### 2.3.1 2D cfx and fluent data for inviscid, viscid flow

cfx와 fluent를 이용하여 계산한 Data는 Figure 3~6에 각각 표시되어 있다. 두 결과 모두 격자가 줄어들수록 해의 정확도가 증가하는 것을 확인할 수 있다. cfx inviscid flow의 경우 삭이 생성되는 위치는 Nozzle 중심으로부터 59.2mm지점, Normal shock에서의 Mach number는 1.78를 나타내었다.(Figure 3,4) Viscid flow의 경우에도 Normal shock의 위치는 동일하였으나(59.2mm) Shock에서의 최대 Mach number 1.79로 약간 높게 나왔다. fluent의 경우 역시 Normal shock의 위치는 거의 같았으나 Mach number의 크기는 Inviscid, viscid flow가 각각 1.81, 1.81로 cfx의 값보다는 약간 큰 값이 나타났다.(Figure 5,6)

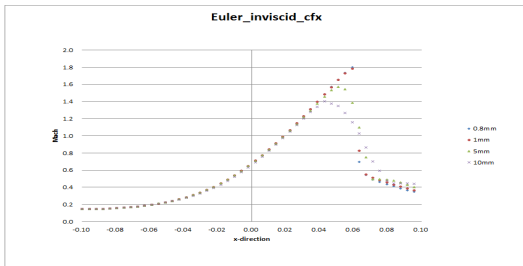


Fig. 4. cfx inviscid flow

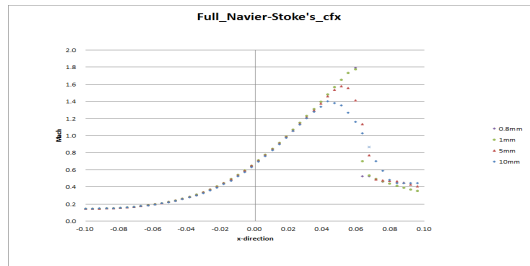


Fig. 5. cfx viscid flow

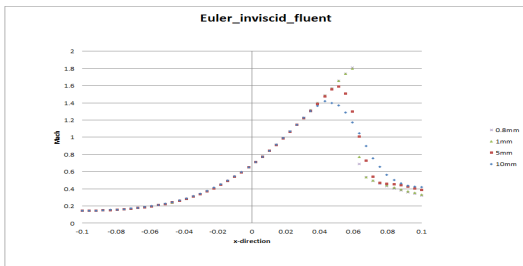


Fig. 6. fluent inviscid flow

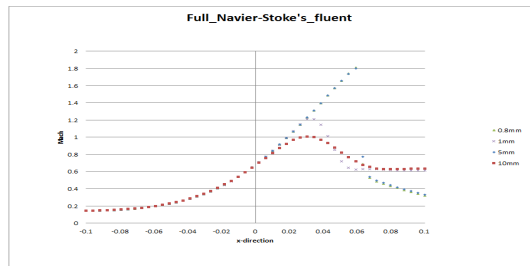


Fig. 7. fluent viscid flow

### 2.3.2 EDISON data

EDISON은 무차원 변수를 통해 해석을 진행 하므로, NPR 1.35, 즉 Inlet에 Pressure outlet boundary 1.35, Outlet에 Pressure outlet boundary 1을 부여하였다. 하지만 실제 de Laval nozzle을 해석하기 위해서는 Inlet에 Stagnation pressure boundary를 부여해야 하는데, EDISON은 Stagnation pressure boundary condition을 제공하지 않았다. 따라서 앞서 이야기 하였듯이 Pressure outlet(static pressure)을 Inlet condition으로 놓고 해석을 진행하였다.

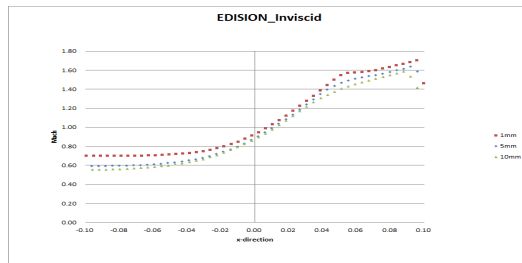


Fig. 8. EDISON Inviscid flow

위의 결과를 보면 알 수 있듯이, EDISON의 경우 Stagnation inlet condition을 제공하지 않아, de

Laval nozzle의 물리적 현상을 제대로 표현해 내지 못하였다. 또한, Viscid flow의 경우 값이 수렴하지 않아 결과 값을 도출해 내지 못하였다.

2.4 2D 층류, 난류 모델 비교

Shock의 위치는 격자의 크기에도 영향을 받지만, 난류 모델에 의해서도 영향을 받게 된다. 이번 난류 모델 분석을 위해 사용한 모델은 앞서 언급한 RANS based model 로서 Linear Eddy Viscosity Model인 k-ε, SST, BSL Model과 Nonlinear Eddy Viscosity Model인 SSG Model을 사용하였다. Figure 10은 사용된 난류 모델별 Mach plot을 나타내고 있다. 서로 비슷한 양상을 보이긴 하나, Normal shock의 위치가 조금씩 다르며, 최대 Mach number역시 난류 모델마다 각각 다른 값을 보였다.

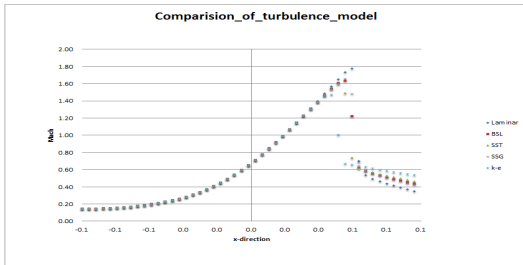


Fig. 9. Comparison of turbulence model of structured mesh

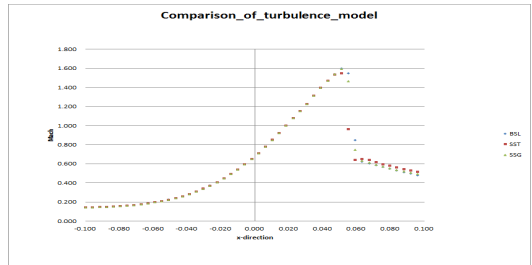


Fig. 10. Comparison of turbulence model of unstructured mesh

Unstructured mesh와 Structured mesh의 결과 값 또한 서로 다른 양상을 보였다. 또한 unstructured mesh의 경우 k-ε Model과 Laminar Model은 값이 수렴하지 않아 결과를 도출 할 수 없었다.

EDISON에서도 Laminar model과 SST model 두가지를 이용하여 해석을 진행하였으나 값이 수렴하지 않아 결과를 도출 하지 못하였다.

2.5 Total data comparison

지금까지 구한 값을 Shock의 위치에서 비교해 보면 다음과 같다.

Table 2. 각 data의 비교

|       | 해석적인 값 | Inviscid cfx | Viscid cfx | Inviscid fluent | Viscid fluent | MC    | VL    | k-e    | SST   | BSL   | SSG   |
|-------|--------|--------------|------------|-----------------|---------------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Mach  | 1.749  | 1.781        | 1.792      | 1.810           | 1.810         | 1.826 | 1.754 | 1.457  | 1.594 | 1.635 | 1.654 |
| 오차(%) | 0      | 1.868        | 2.468      | 3.527           | 3.526         | 4.442 | 0.304 | 16.646 | 8.845 | 6.512 | 5.385 |

또한 Unstructured mesh 에서의 난류 값과 Sturctured mesh에서의 난류 값이 다르다고 언급 했었는데, 그에 대한 비교는 다음과 같다.

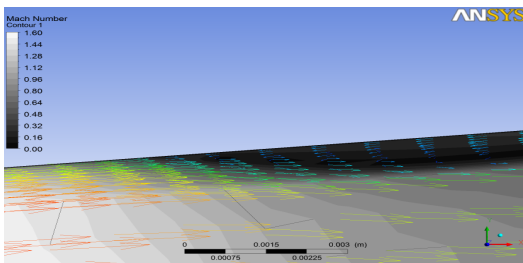


Fig. 11. Unstructured mesh

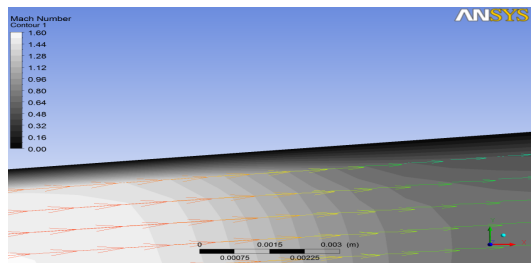


Fig. 12. Sturctured mesh

벽 근처에서 Boundary layer가 해석에 사용된 mesh의 크기 1mm보다 작았기 때문에, Structured mesh는 유동을 제대로 표현하지 못했다. 따라서 위와 같은 값의 차이를 보인 것이다. 또한 Fig 11을 보면, Vortex가 형성됨을 알 수 있는데, 이것이 Outlet에서 Back Flow를 형성에 해가 수렴하는 것을 방해 하였다. 때문에 k-ε Model과 Laminar Model이 수렴되지 못했음을 유추해 볼 수 있다. 이를 막기 위해서는 Outlet의 길이를 충분히 늘려 Back Flow가 생기지 않도록 해야 한다.

### 3. 결론

이번 연구를 통해서 우리는 EDISON이 통상적으로 이해되는 de Laval nozzle의 물리적 현상을 해석 하기에는 부족함을 알 수 있었다. 특히 CFD를 수행함에 있어, Stagnation pressure inlet condition을 줄 경우가 상당히 많은데, EDISON이 그러한 점을 지원하지 않아 이러한 결론이 도출 된 것 같다. EDISON의 경우 난류 모델은 SST model을, time marching scheme으로는 Van Leer Scheme을 사용 한다고 매뉴얼 상에 명시되어 있다. 현재까지 진행한 Data들의 결과(Table2)를 살펴보면, Van Leer Scheme의 오차가 가장 적었으며, 난류모델의 해석에 있어서도 SST model이 상당히 이론값과 근사한 수치를 보여 주었다. 난류의 경우 Back flow의 발생 가능성 때문에 k-ε model과 Laminar model은 해가 수렴하지 못하였으나 SST는 안정적으로 수렴을 하였다. 따라서 비록 결과값을 도출 해 내지는 못하였지만, EDISON에 사용된 물리현상을 표현하기 위한 해석틀이 명시된 Boundary condition을 부여하게 될 경우 상당히 상용프로그램에 못지않은 정확도를 보일 것이라고 예측할 수 있다.

하지만 EDISON의 경우 Ansys와 같은 상용프로그램에 비해 호환성이 떨어졌으며(외부 프로그램으로부터 Geometry를 불러오는데 취약하였다.) CFL값에 의해 해의 수렴이 극명하게 갈리는 점 때문에 처음 접하는 사람이 형상을 만들고 해석을 진행하는데 어려움이 있으리라 예상된다. 따라서 앞으로 이러한 단점을 보완한다면, 범용 프로그램으로서 충분한 역할을 할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

- (1) 정영진, 진두석, 안부영, 서정현, 류훈, 한영만, 변옥환, 이종숙, 2012, "Analysis of EDISON\_CFD Simulation Service User Satisfaction", 한국 인터넷 정보학회 하계학술 발표대회 논문집, 제 3권 1호.
- (2) 이종숙, 조금원, 김규진, "Higher Education of CAE using EDISON"
- (3) Anderson, J. D., Jr., 1994, "Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications," McGraw Hill.
- (4) MacCormack, R. W., 1969, "The Effect of viscosity in hypervelocity impact cratering," AIAA Paper, 69-354.
- (5) Van Leer, B., 1982, "Flux Vector Splitting for the Euler Equations," Lecture Notes in physics #I 70, 8th International conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, June 28-July 2.
- (6) Klaus A. Hoffmann, Steve T. Chiang, 2000, "Computational Fluid Dynamics Volume 2", EESbooks.
- (7) Thomas H. Pulliam, 1986, "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations", AIAA Paper, 24-12.