

탄성지지를 받는 이송하는 빔의 동적 거동분석

Dynamic Analysis of a Moving Beam with Elastic Support

김민성* · 정진태†
Minsung Kim, Jintai Chung

1. 서 론

축방향으로 이송하는 빔은 산업 전반에 걸쳐 널리 적용되는 기계시스템 중 하나로 압연공정(rolling), 톱날(band saw), 체인, 컨베이어벨트, 섬유(fiber), 전자인쇄(printed electronics)에 대한 연구에 적용되고 있다. 이러한 기계적 시스템은 축방향으로 이송되는 빔의 시스템특성을 가지고 설계되어야 한다. 연구대상이 되는 시스템을 정확히 묘사하는 모델링이 정립되어야만 시스템에 진동을 발생시키거나 성능 저하를 일으키는 요인을 사전에 제거 할 수 있다. 기존의 연구자들의 연구를 살펴보면 경계조건 부여 시 단순지지보 혹은 양끝단이 고정되어 있다고 가정하여 분석을 실시하였다. 이는 이송하는 빔에서 일어날 수 있는 강제모션을 배제한 것으로 실제 시스템을 분석하는데 한계를 가지고 있다. 따라서 본 논문에서는 이동하는 빔의 양단에 실제 기계적 시스템에서 확인 할 수 있는 등가 스프링을 부여하여 강제모션을 구현하였으며, 이에 대한 진동특성을 분석하였다.

2. 모델링 및 운동 방정식

Fig.1과 같이 강제 모드를 고려한 이송하는 빔 모델이 고려되었다. 빔은 전체길이 L , 단면적 A , 관성모멘트 I , 탄성계수 E , 그리고 체적밀도 ρ 를 가지는 유연체로 모델링 되었다. 보는 횡방향 분포력 $p(x,t)$ 을 가지며 전개속도 $V(t)$, 전개가속도 $\dot{V}(t)$ 로 이송한다.

글로벌 좌표계를 기준으로 Y 방향으로 발생하는 빔의 강제운동을 $Y(t)$ 로 표현하고, 빔의 무게중심에서의 회전운동을 $\theta(t)$ 로 정의하였다. 그리고 u, v 는 각각 종방향과 횡방향에 대한 시간과 공간의 변수로서 표현하였다. 이를 바탕으로 시스템 각 지점의 속도벡터를 식(1)과같이 표현하였다.

$$v = \left(V + \frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} \right) \mathbf{i} + \left(\dot{\theta} - \frac{L}{2} \dot{\theta} + x \dot{\theta} + \frac{\partial v}{\partial t} + V \frac{\partial v}{\partial x} \right) \mathbf{j} \quad (1)$$

식(1)을 이용하여 이송하는 빔이 가지는 운동에너지(2)를 계산하고, 빔의 기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 von-Karman 변형률 이론을 적용하여 보의 변형에너지(3)를 유도하였다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dA dx \quad (2)$$

$$U = \int_0^L \int_A \sigma_x \epsilon_x^L dA dx \quad (3)$$

또한 오일러적인 방법을 사용함으로써 검사표면을 통한 에너지 변화가 일어남으로 운동량 수송에너지 M 를 고려하였고, 양단에 작용하는 장력 T , 시스템 전체에 작용하고 있는 압력 p 에 의해 발생하는 비 보존력에 의한 에너지 W_{nc} 를 계산하였다.

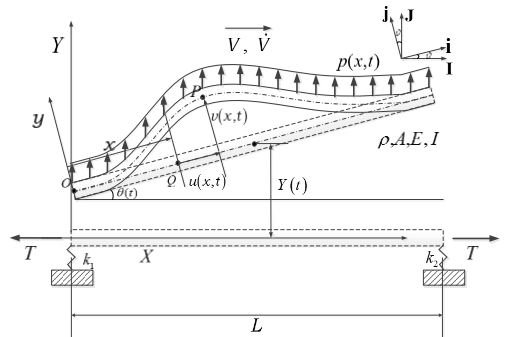


Fig.1. Schematics of a moving beam with rigid motion

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
Tel : (031) 400-5287, Fax : (031) 406-6964
* 한양대학교 일반대학원 기계공학과

획득한 에너지에 변분을 취하고, 식(4)에 나타난 확장된 해밀턴 원리(Extended Hamilton principle)에 적용하여 각 자유도에 대한 운동방정식을 유도 하였다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_{nc} - \delta M) dt = 0 \quad (4)$$

3. 이산화

식(4)에 의해 유도된 운동방정식을 이산화하기 위하여 Galerkin 방법을 이용하였으며, 이산화를 위한 기저함수로는 단순지지의 고유함수를 사용하였으며, 그 결과 유도된 이산화방정식을 아래와 같이 행렬-벡터형식으로 나타내었다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 & \mathbf{M}_y \\ 0 & \frac{L^2}{12}m & \mathbf{M}_\theta \\ \mathbf{M}_m^T & \mathbf{0} & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{T}}^v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}\mathbf{G}_y \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}\mathbf{G}_\theta \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}\mathbf{G}_m^o & 2\mathbf{V}\mathbf{G}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\mathbf{T}}^v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & \frac{L}{2}(k_2 - k_1) & \mathbf{V}\mathbf{K}_y \\ \frac{L}{2}(k_2 - k_1) & \frac{L^2}{4}(k_1 + k_2) & \mathbf{V}\mathbf{K}_\theta \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \left(\frac{T}{\rho A} - V^2\right)\mathbf{K}_v + \mathbf{V}\mathbf{G}_v + \mathbf{E}\mathbf{K}_v^t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ \mathbf{T}^v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{F}^v \end{Bmatrix} \quad (5)$$

식(5)은 횡방향과 빔의 Y 방향에 대한 병진운동과 회전운동에 대한 이산화된 운동방정식을 나타내고, 본 연구에서는 종방향 운동방정식과 종방향과 횡방향이 연성되어있는 항은 제외하였다.

3. 이송하는 빔의 시간응답

이산화된 운동방정식을 이용하여 시간에 따른 응답을 확인하였다. 시간적분은 뉴마크방법(Newmark Method)를 이용하여 수행되었으며, 시간적분에 사용된 보의 물성치는 탄성계수 $E = 2 \times 10^{11} \text{pa}$, 굽힘관성모멘트 $I = 2 \times 10^{-11} \text{m}^4$, 체적밀도 $\rho = 7874 \text{kg/m}^3$, 단면적, $A = 6 \times 10^{-4} \text{m}^2$, 빔의 길이 $L = 2 \text{m}$, 스프링 상수 $k = 10^4 \text{N/m}$ 로 주었으며, 관측지점은 빔의 중간지점으로 설정 하였다. 이때 사용된 속도함수 그래프는 Fig.2에 나타내었고, 이송하는 빔의 시간응답에 미치는 강제 운동의 영향을 확인하기 위하여 강제운동을 고려한 결과와 강제운동을 배제한 결과를 Fig.3.에 나타내었다.

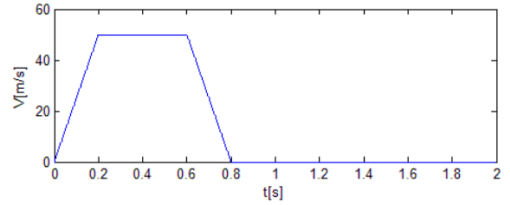


Fig.2. Velocity profile of the moving beam

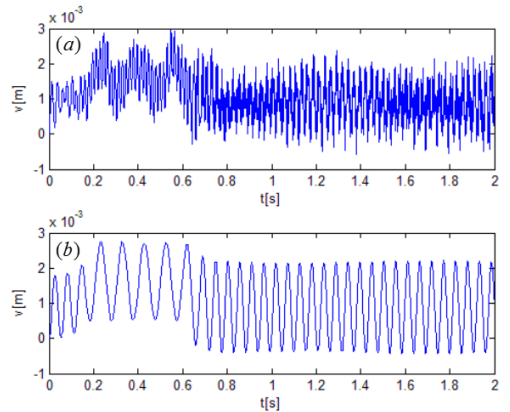


Fig.3. Comparison of the time response for the transverse deflection: (a) with rigid motion; and (b) without rigid motion

3. 결론

본 연구에서는 축방향으로 탄성지지를 받으며 이송하는 보의 운동방정식을 유도하였으며, 기존의 이송하는 빔의 운동에 강제운동을 부여하여 분석을 실시하였다. 강제운동을 야기시키는 스프링의 강성을 증가시킬수록 강제운동을 배제한 결과와 근접해짐을 확인 할 수 있었고, 빔을 지지하는 강성이 약할수록 강제운동을 배제한 결과와 차이가 발생함을 확인 할 수 있었다. 따라서 이송하는 빔과 같은 기계시스템이 적용되는 설계에 있어서 횡방향 변위뿐만 아니라 빔의 강제운동에 대한 고려가 필요할 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (No. 2011-00174408)